

УДК (UDC) 621.86

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ В ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМОМ  
ГИДРОПРИВОДЕ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ МОБИЛЬНЫХ МАШИН  
ПРИ РАЗДЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ЗВЕНЬЕВMODELING OF WORKING PROCESSES IN THE FREQUENCY-ADJUSTABLE  
HYDRAULIC DRIVE OF MANIPULATION SYSTEMS WITH SEPARATE  
MOVEMENT OF LINKS DURING OPERATION OF MOBILE MACHINESЛагереv А.В., Лагереv И.А.  
Lagerev A.V., Lagerev I.A.Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского (Брянск, Россия)  
Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University (Bryansk, Russian Federation)

**Аннотация.** В статье рассматриваются функционально-структурная схема и математическая модель рабочих гидродинамических процессов в частотно-регулируемом гидроприводе технологических кранов-манипуляторов. Модель позволяет выполнить компьютерное моделирование кинематики и динамики элементов металлоконструкции манипулятора и гидродинамических рабочих процессов в гидроприводе как совместно протекающих и взаимодействующих процессов. Дано описание компьютерной программы, реализующей разработанную математическую модель. Программа позволяет выполнить расчет изменения во времени перемещения, скорости и ускорения движущегося звена манипуляционной системы, давления и объемного расхода рабочей жидкости в характерных точках гидросистемы и ряда других параметров. Выполнено моделирование работы гидропривода реальной манипуляционной системы при различных законах изменения частоты вращения вала объемного насоса и проведен анализ полученных результатов. Показана адекватность результатов моделирования и реальных физических явлений, наблюдаемых при эксплуатации мобильных машин. Выявлена колебательная неустойчивость кинематических и гидравлических параметров при определенных формах законов частотного регулирования.

**Ключевые слова:** манипуляционная система, мобильная машина, гидропривод, моделирование, динамика, неустойчивость.

**Дата принятия к публикации:** 02.04.2019  
**Дата публикации:** 25.06.2019

**Сведения об авторах:**

Лагереv Александр Валерьевич – доктор технических наук, профессор, заместитель директора по научной работе НИИ фундаментальных и прикладных исследований ФГБОУ ВПО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: [bsu-avl@yandex.ru](mailto:bsu-avl@yandex.ru).

ORCID: 0000-0003-0380-5456

**Abstract.** The article discusses the functional-structural scheme and the mathematical model of the working hydrodynamic processes in the frequency-adjustable hydraulic drive of the technological cranes-manipulators. The model allows to perform computer simulations of the kinematics and dynamics of the elements of the metal structure of the manipulator and hydrodynamic working processes in the hydraulic drive as jointly occurring and interacting processes. A description of a computer program that implements the developed mathematical model is given. The program allows to calculate the change in time of movement, speed and acceleration of the moving link of the handling system, pressure and volumetric flow rate of the working fluid in the characteristic points of the hydraulic system and a number of other parameters. The operation of the hydraulic drive of the real manipulation system was simulated with different laws of variation of the rotational speed of the volumetric pump and the obtained results were analyzed. The adequacy of simulation results and real physical phenomena observed during the operation of mobile machines is shown. Oscillatory instability of kinematic and hydraulic parameters was revealed under certain forms of the laws of frequency regulation.

**Keywords:** handling system, mobile machine, hydraulic drive, modeling, dynamics, instability.

**Date of acceptance for publication:** 02.04.2019  
**Date of publication:** 25.06.2019

**Authors' information:**

Alexander V. Lagerev - Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice director of Research Institute of Fundamental and Applied Research, Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University, e-mail: [bsu-avl@yandex.ru](mailto:bsu-avl@yandex.ru).

ORCID: 0000-0003-0380-5456

Лагереv Игорь Александрович – доктор технических наук, доцент, проректор по инновационной работе ФГБОУ ВПО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: lagerev-bgu@yandex.ru.  
ORCID: 0000-0002-0921-6831

Igor A. Lagerev - Doctor of Technical Sciences, Assistant Professor, Vice rector for Innovations, Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University, e-mail: lagerev-bgu@yandex.ru.  
ORCID: 0000-0002-0921-6831

### Благодарности

*Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект №17-79-10274)*

### Acknowledgements

*The study was supported by the grant of Russian science Foundation (project No. 17-79-10274)*

## 1. Введение

Частотное регулирование динамических насосов с помощью частотно-регулируемого электропривода нашло широкое применение для целей автоматизированного управления работой насосных агрегатов вновь проектируемых и модернизируемых муниципальных и промышленных сетей водоснабжения и канализации [1, 2]. Частотное регулирование объемных насосов гидроприводов машиностроительного назначения путем регулирования частоты вращения приводного асинхронного электродвигателя также находит все большее применение в конструкциях гидрофицированных машин и технологического оборудования различного назначения [3]. По сравнению с широко распространенными способами регулирования объемных гидроприводов – дроссельным, машинным, комбинированным машинно-дроссельным [4, 5] – частотное регулирование имеет несомненные преимущества [6]:

- легкость и экономичность регулирования;
- возможность создания управляемого привода на основе существующих систем с частотными преобразователями;
- энергичное совершенствование элементной базы частотно-регулируемого электропривода объемных насосов в направлении повышения ее эксплуатационных показателей, снижения массо-габаритных характеристик и стоимости.

По данным [7] экономия электроэнергии при использовании регулируемого электропривода для насосов в среднем составляет 50...75 % от мощности, потребляемой насосами при дроссельном регулировании.

Применение частотных преобразователей в системах регулирования гидроприводов также оказывается весьма эффективным вследствие того, что [7]:

- обеспечивается плавное изменение скорости вращения выходного вала электродвигателя и, соответственно, плавное изменение скорости вращения вала объемного гидронасоса, причем возможно отказаться от использования различных промежуточных передаточных и регулировочных механизмов;
- появляется возможность реализации обратной связи регулируемого гидропривода с системой регулирования объемного насоса, что обеспечивает качественное поддержание скорости выходных звеньев гидродвигателей при переменных нагрузках и других возмущающих воздействиях.

Таким образом, частотно-регулируемые гидроприводы, управляемые автоматизированными системами на базе частотных преобразователей с обратной связью, оказываются весьма перспективными для оснащения гидрофицированных мобильных транспортно-технологических машин с грузоподъемными манипуляционными системами. При этом создание энергоэффективных и надежных крано-манипуляторных установок с частотно-регулируемым гидроприводом механизмов движения шарнирно-сочлененных звеньев требует проведения широкого комплекса теоретических и экспериментальных работ, связанных с изучением и моделированием протекающих в гидроприводе гидродинамических процессов и их связи с кинематикой и динамикой движущихся звеньев манипуляционной системы и транспортируемых грузов.

## 2. Построение математической модели

### 2.1. Построение структурно-функциональной схемы частотно-регулируемого гидропривода

Математическая модель частотно-регулируемого гидропривода манипуляционной системы мобильной машины при раздельном движении звеньев базируется на структурно-функциональной схеме, представленной на рис. 1. На схеме обозначены характерные точки по длине гидросистемы, в которых производится определение количественных параметров, определяющих протекание рабочих процессов в гидроприводе при работе манипуляционной системы.

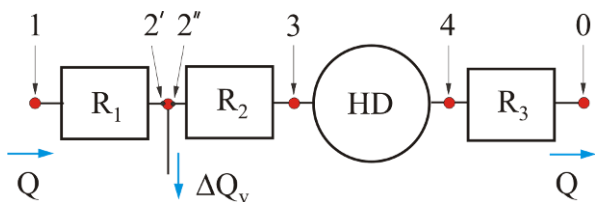


Рис. 1. Типовая структурно-функциональная схема частотно-регулируемого гидропривода манипуляционной системы мобильной машины при раздельном движении звеньев

При построении данной схемы использован подход, который ранее был реализован при построении структурно-функциональных схем для дроссельно-регулируемого [8-10] и машинно-регулируемого [8, 9] гидроприводов при раздельном движении звеньев. Структурно-функциональная схема при частотном регулировании аналогична схеме при машинном (объемном) регулировании, так как в обоих случаях источником переменности объемного расхода рабочей жидкости в гидроприводе выступает насос.

В качестве характерных точек выбраны следующие точки направлению движения рабочей жидкости:

- точка 1: выход частотно-регулируемого объемного насоса;
- точка 2: место установки предохранительного напорного клапана;
- точка 3: вход в рабочую полость гидродвигателя;

- точка 4: выход из холостой полости гидродвигателя;
- точка 0: вход в гидробак.

В указанных характерных точках  $j$  определяются величина давления  $p_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) и объемного расхода рабочей жидкости  $Q_j$  ( $j = 1, \dots, 4, 0$ ). В точке 2 дополнительно определяется величина объемного расхода рабочей жидкости через предохранительный клапан  $\Delta Q_v$ . Также на характерных участках гидросистемы, ограниченных соседними характерными точками, определяется величина потери давления  $R_1, R_2, R_3$  вследствие гидравлических потерь в имеющихся на данных участках гидроаппаратах, гидроустройствах и местных сопротивлениях, а также по длине гидролинии. Разность величины давлений в точках 3 и 4 определяет перепад рабочего давления на гидродвигателе  $\Delta p_{HD}$ .

Структурно-функциональная схема (рис. 1) является типовой применительно к частотно-регулируемому гидроприводе при раздельном движении звеньев многозвенной манипуляционной системы. В зависимости от того, движение какого конкретного звена моделируется, характерным точкам и характерным участкам указанной типовой схемы ставятся в соответствие конкретные точки и участки натурной гидросистемы. Методика перехода от принципиальной гидравлической схемы гидропривода к структурно-функциональной схеме гидропривода ранее была разработана применительно к дроссельно-регулируемому гидроприводе в работах [10, 11]. Отличия применения данной методики к случаю частотного регулирования очевидны: под участком между характерными точками 2 и 3 понимается напорная часть гидросистемы от места расположения напорного клапана до входа в гидродвигатель, под участком между характерными точками 4 и 0 - сливная часть гидросистемы от выхода из гидродвигателя до входа в гидробак.

### 2.2. Построение дифференциальных уравнений раздельного движения звеньев при частотно-регулируемом гидроприводе

При построении дифференциальных уравнений раздельного движения звеньев манипуляционной системы при частотном регулировании гидропривода целесообразно воспользоваться подходом, развитым в работах [10, 11] применительно к дроссельно-регулируемому гидроприводу. Данный подход основан на представлении уравнения перемещения подвижного элемента гидродвигателя (поршня или шибера) в виде функции изменения во времени объемного расхода рабочей жидкости  $Q_{HD,inp}$ , поданного в рабочую полость гидродвигателя [8]. Как следствие, интегрирование уравнения движения в дискретные моменты времени позволяет определить один из основных гидравлических параметров гидросистемы – объемный расход на входе в гидродвигатель – и, таким образом, последовательно определить остальные гидравлические параметры (давления и расходы) во всех характерных точках структурно-функциональной схемы (рис. 1).

Согласно [10] известные уравнения движения подвижных элементов гидродвигателей [4, 12-14]:

- для гидроцилиндра и двухпоршневого поворотного гидродвигателя

$$\left( \frac{M_{red}}{A_{hc,inp}} \right) \dot{Q}_{HD,inp} = (A_{hc,inp} p_3 - A_{hc,out} p_4) \mp F_{ol} - F_{br}; \quad (1)$$

- для четырехпоршневого поворотного гидродвигателя

$$\left( \frac{M_{red}}{2A_{hc,inp}} \right) \dot{Q}_{HD,inp} = 2(A_{hc,inp} p_3 - A_{hc,out} p_4) \mp F_{ol} - F_{br}; \quad (2)$$

- для шиберного поворотного гидродвигателя

$$n_b \left( \frac{J_{red}}{V_{hd}} \right) \dot{Q}_{HD,inp} = \\ = n_b H_{pd} (D_{pd}^2 - d_{pd}^2) (p_3 - p_4) / 4 \mp M_{ol} - M_{br}; \quad (3)$$

- для гидромотора

$$2\pi \left( \frac{J_{red}}{V_{hm}} \right) \dot{Q}_{HD,inp} = V_{hm} (p_3 - p_4) / 2\pi \mp M_{ol} - M_{br}, \quad (4)$$

где  $A_{hc,inp}$  - площадь поршня гидроцилиндра со стороны рабочей полости;  $A_{hc,out}$  - площадь поршня гидроцилиндра со стороны холостой полости;  $D_{pd}$ ,  $H_{pd}$  - внутренний

диаметр и глубина корпуса шиберного гидродвигателя;  $d_{pd}$  - диаметр вала шиберного гидродвигателя;  $n_b$  - число шиберов;  $V_{hd}$  - объем шиберного гидродвигателя, соответствующий повороту выходного вала на 1 рад;  $V_{hm}$  - рабочий объем гидромотора;  $M_{red}$ ,  $J_{red}$  - приведенные к выходному звену гидродвигателя масса и момент инерции перемещаемого груза и движущихся элементов металлоконструкции манипуляционной системы;  $F_{ol}$ ,  $M_{ol}$  - эксплуатационные сила и момент силы, приведенные к выходному звену гидродвигателя;  $F_{br}$ ,  $M_{br}$  - сила торможения и момент силы торможения выходного звена гидродвигателя, создаваемые дополнительными внешними тормозными устройствами (при их наличии в конструкции механизма движения соответствующего звена манипуляционной системы);  $k_{dyn}$  - коэффициент динамичности.

Величина коэффициента динамичности  $k_{dyn}$  зависит от того, какой метод расчета динамики манипуляционной системы применяется для оценки величины эксплуатационной нагрузки  $F_{ol}$  или  $M_{ol}$ , используемой в дифференциальных уравнениях движения (1)-(4). Если эксплуатационная нагрузка определяется с помощью решения задачи динамики движения звена манипуляционной системы [15-18] или в процессе реализации универсальной модели [19], тогда следует принимать  $k_{dyn} = 1$ . Если величина эксплуатационной нагрузки определяется на основе учета лишь статических нагрузок (веса груза и элементов металлоконструкции манипуляционной системы), тогда в соответствии с рекомендациями [20] следует принимать  $k_{dyn} > 1 \sim 1,05 \dots 1,2$ .

### 2.3. Начальные условия интегрирования дифференциальных уравнений раздельного движения звеньев

В начальный момент времени интегрирования уравнений движения (1)-(4), т.е.  $\tau = 0$ , объемный расход рабочей жидкости на входе в рабочую полость гидродвигателя

$Q_3(\tau = 0) = 0$ . Соответственно, расходы в характерных точках гидросистемы после предохранительного клапана

$$Q_{2'}(\tau = 0) = Q_4(\tau = 0) = Q_0(\tau = 0) = 0. \quad (5)$$

В то же время, в начальный момент времени  $\tau = 0$  объемный расход рабочей жидкости на выходе насоса определяется реализуемым законом изменения частоты вращения приводного вала насоса и составляет

$$Q_1(\tau = 0) = V_0 n(\tau = 0),$$

где  $V_0$  - номинальный рабочий объем насоса.

Расход рабочей жидкости перед напорным клапаном  $Q_{2'}(\tau = 0)$  и через него  $\Delta Q_v$  определяются как

$$Q_{2'}(\tau = 0) = \Delta Q_v = \zeta_1 Q_1(\tau = 0), \quad (6)$$

где  $\zeta_1$  - коэффициент внешних утечек рабочей жидкости на 1-ом участке гидросистемы (между точками 1 и 2, т.е. между насосом и напорным клапаном).

В начальный момент времени давление рабочей жидкости в характерной точке 2 будет определяться количественными параметрами статической характеристики открытия напорного предохранительного клапана  $p = f_v(\Delta Q_v)$ , т.е.

$$p_2(\tau = 0) = f_v(\Delta Q_v(\tau = 0)). \quad (7)$$

Для выражения статической характеристики открытия предохранительного клапана  $p = f_v(\Delta Q_v)$  в уравнении (7) удобно использовать аналитические выражения, предложенные в [10] применительно к напорным клапанам прямого и непрямого действия.

Давление рабочей жидкости в характерной точке 1 будет определяться с учетом потери давления  $R_1$  на участке напорной части гидросистемы между характерными точками 1 и 2 (на участке между выходом насоса и местом установки напорного клапана):

$$p_1(\tau = 0) = p_2(\tau = 0) + R_1(\tau = 0). \quad (8)$$

Потери давления на характерных участках гидросистемы  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  (рис. 1) складываются из потерь давления в гидроаппаратах и гидроустройствах, местных сопротивлений и по длине гидролиний [4, 5, 14]. Для их расчетной оценки удобно использовать зависимости, представленные в [10].

Давление рабочей жидкости в точке 3 на входе в гидродвигатель согласно закону Паскаля будет составлять

$$p_3(\tau = 0) = p_2(\tau = 0), \quad (9)$$

а в точке 4 на выходе из гидродвигателя –

$$p_4(\tau = 0) = 0. \quad (10)$$

Таким образом, определение начальных условий интегрирования дифференциальных уравнений раздельного движения звеньев (1) – (4) должно выполняться в следующей последовательности:

1) определение объемной подачи насоса  $Q_1(\tau = 0)$  в характерной точке 1, исходя из заданного закона частотного регулирования вращения входного вала насоса;

2) вычисление гидравлических параметров  $p_2(\tau = 0)$  и  $Q_{2'}(\tau = 0)$  в характерной точке 2 и расхода через напорный клапан  $\Delta Q_v(\tau = 0)$  с помощью соотношений (6) и (7);

3) вычисление давления  $p_1(\tau = 0)$  на выходе насоса в характерной точке 1 с помощью соотношения (8);

4) задание гидравлических параметров  $p_j(\tau = 0)$  и  $Q_j(\tau = 0)$  во всех остальных  $j$ -х характерных точках с помощью соотношений (5), (9) и (10).

#### 2.4. Расчет гидравлических параметров частотно-регулируемого гидропривода в произвольный момент движения звена манипуляционной системы

Решение уравнения раздельного движения звена в произвольный момент времени с помощью одного из численных методов интегрирования дифференциальных уравнений [21] позволяет определить один гидравлический параметр – объемный расход рабочей жидкости  $Q_3$  в характерной точке 3 (вход в рабочую полость гидродвигателя).

На эту величину должно быть наложено очевидное физическое ограничение: расход  $Q_3$  в момент времени  $\tau$  с учетом всех внешних потерь рабочей жидкости в напорной части гидросистемы не должен превышать объемную подачу насоса, т.е. должно выполняться условие:

$$Q_3(\tau) \leq \zeta_1 \zeta_2 V_0 n(\tau). \quad (11)$$

Если ограничение (12) не выполняется, то полученное значение расхода следует уменьшить до значения:

$$Q_3(\tau) = \zeta_1 \zeta_2 V_0 n(\tau).$$

При этом расход рабочей жидкости через напорный предохранительный клапан в точке 2 будет равен  $\Delta Q_v(\tau) = 0$  и, как следствие, расход в данной точке напорной части гидросистемы определяется выражением:

$$Q_2(\tau) = Q_3(\tau) / \zeta_2.$$

Величины давления в характерных точках напорной части гидросистемы составляют:

$$p_2(\tau) = p_1(\tau) - R_1;$$

$$p_3(\tau) = p_2(\tau) - R_2.$$

Если полученное в результате решения уравнения раздельного движения звена значение объемного расхода рабочей жидкости  $Q_3(\tau)$  на входе в гидродвигатель составляет

$$Q_3(\tau) < \zeta_1 \zeta_2 V_0 n(\tau),$$

то через напорный предохранительный клапан появляется расход рабочей жидкости, величина которого определяется как

$$\Delta Q_v(\tau) = Q_2(\tau) - Q_3(\tau) = \zeta_1 V_0 n(\tau) - Q_3(\tau) / \zeta_2.$$

Как следствие, давление рабочей жидкости в характерной точке 2 будет определяться с помощью статической характеристики открытия напорного предохранительного клапана  $p = f_v(\Delta Q_v)$ , т.е. по зависимости, аналогичной уравнению (7):

$$p_2(\tau) = f_v(\Delta Q_v(\tau)),$$

а в остальных точках напорной части гидросистемы – по зависимостям вида:

$$p_1(\tau) = p_2(\tau) + R_1;$$

$$p_3(\tau) = p_2(\tau) - R_2.$$

Вне зависимости от работы напорного клапана гидродинамические параметры в характерных точках сливной части гидросистемы выражаются следующими зависимостями:

$$p_4(\tau) = R_3;$$

$$p_0(\tau) = 0;$$

$$Q_0(\tau) = \zeta_3 Q_4(\tau).$$

Объемный расход рабочей жидкости  $Q_4(\tau)$  на выходе из холостой полости гидродвигателя зависит от его типа:

- для гидроцилиндра

$$Q_4(\tau) = \frac{A_{hc,out}}{A_{hc,inp}} Q_3(\tau);$$

- для поршневых и шиберных поворотных гидродвигателей, гидромоторов

$$Q_4(\tau) = Q_3(\tau).$$

Перепад давлений рабочей жидкости на подвижном элементе гидродвигателя составляет

$$\Delta p_{HD}(\tau) = p_3(\tau) - p_4(\tau).$$

Мгновенная потребляемая мощность насоса составляет

$$N_p(\tau) = \frac{p_1(\tau) V_0 n(\tau)}{\eta_p},$$

где  $\eta_p$  - коэффициент полезного действия насоса.

#### 2.5. Расчет эксплуатационных нагрузок, действующих на подвижный элемент гидродвигателя частотно-регулируемого гидропривода, и инерционных характеристик движущихся элементов металлоконструкции в произвольный момент движения звена манипуляционной системы

Интегрирование дифференциальных уравнений раздельного движения звеньев манипуляционных систем мобильных машин (1) - (4) требует знания величины эксплуатационных нагрузок  $F_{ol}$  или  $M_{ol}$ , действующих на звенья, и инерционных характеристик движущихся элементов металлоконструкции  $M_{red}$  или  $J_{red}$ . Как показано в [10, 11], эти параметры могут быть определены с использованием двух возможных подходов. Первый, наиболее адекватный подход предусматривает решение задачи динамики движения звеньев манипуляционной системы [15-18] в рамках реализации универсальной модели манипуляционной системы мобильной транспортно-технологической модели [8, 19]. При этом происходит совместное решение системы взаимосвязанных дифференциальных уравнений движения как самих звеньев манипуляционной системы, так и выходных звеньев силовых гидродвигателей вида (1) - (4). Второй подход, требующий меньших вычислительных затрат, преду-

смачивает проведение предварительного решения задачи динамики движения звеньев манипуляционной системы [15-18] и аппроксимацию его результатов в виде одномерных кубических сплайн-функций [10]

$$\begin{aligned}F_{ol} &= F_{ol,k} + b_{F,k}(x - x_k) + \\ &+ c_{F,k}(x - x_k)^2 + d_{F,k}(x - x_k)^3; \\ M_{ol} &= M_{ol,k} + b_{M,k}(\varphi - \varphi_k) + \\ &+ c_{M,k}(\varphi - \varphi_k)^2 + d_{M,k}(\varphi - \varphi_k)^3; \\ M_{red} &= M_{red,k} + b_{M_r,k}(x - x_k) + \\ &+ c_{M_r,k}(x - x_k)^2 + d_{M_r,k}(x - x_k)^3; \\ J_{red} &= J_{red,k} + b_{J,k}(\varphi - \varphi_k) + \\ &+ c_{J,k}(\varphi - \varphi_k)^2 + d_{J,k}(\varphi - \varphi_k)^3,\end{aligned}$$

где  $x_k$ ,  $\varphi_k$  - абсциссы опорных точек сплайн-интерполяции;  $F_{ol,k}$ ,  $M_{ol,k}$ ,  $M_{red,k}$ ,  $J_{red,k}$  - ординаты опорных точек сплайн-интерполяции.

В общем случае сплайн-интерполяция также удобна для задания закона частотного регулирования скорости выходного звена гидродвигателя и, соответственно, скорости движущегося звена манипуляционной системы мобильной машины. В этом случае одномерной кубической сплайн-функцией задается необходимый закон изменения частоты вращения приводного вала насоса:

$$n(x) = n_k + b_k(x - x_k) + c_k(x - x_k)^2 + d_k(x - x_k)^3,$$

где  $n_k$  - ординаты опорных точек сплайн-интерполяции закона изменения частоты вращения приводного вала в зависимости от параметра регулирования  $x$ .

### 3. Компьютерная реализация математической модели

Разработанная математическая модель рабочих процессов в гидроприводе манипуляционных систем мобильных транспортно-технологических машин реализована в компьютерной программе «Моделирование частотно-регулируемого гидропривода манипуляционной системы мобильной машины при раздельном движении звеньев».

Программа позволяет моделировать возвратно-поворотное движение прямолинейных звеньев и звеньев с рычагом. Конструк-

тивное исполнение указанных звеньев приведено в [9, 22]. Для этого предусмотрены 4 варианта расчета, каждый из которых соответствует одному из 4 возможных вариантов движения звеньев:

- 1 вариант движения – подъем прямолинейного звена;
- 2 вариант движения – опускание прямолинейного звена;
- 3 вариант движения – подъем звена с рычагом;
- 4 вариант движения – опускание звена с рычагом.

Структурная схема программы с указанием входящих процедур представлена на рис. 2. Она включает в себя головную процедуру *Dynamics\_of\_Hidraulic\_Drives\_with\_Frequency\_Regulation\_and\_Separate\_Motion\_of\_Links*, 16 процедур типа Procedure:

- *DrivForce13* – определение величины движущей силы на штоке гидроцилиндра (варианты движения 1 и 3);
- *DrivForce24* – определение величины движущей силы на штоке гидроцилиндра (варианты движения 2 и 4);
- *DetAngle* – определение угла поворота прямолинейного звена при известном значении смещения поршня гидроцилиндра;
- *DetAngleF* – определение угла поворота звена с рычагом при известном значении смещения поршня гидроцилиндра;
- *DetPQbegin13* – определение давлений и расходов в расчетных точках гидросистемы в начальный момент времени поворота звена (варианты движения 1 и 3);
- *DetPQbegin24* – определение давлений и расходов в расчетных точках гидросистемы в начальный момент времени поворота звена (варианты движения 2 и 4);
- *DetPressure13* – определение давлений и расходов в расчетных точках гидросистемы в произвольный момент времени поворота звена (варианты движения 1 и 3);
- *DetPressure24* – определение давлений и расходов в расчетных точках гидросистемы в произвольный момент времени поворота звена (варианты движения 2 и 4);
- *PresLossUch* – определение величины потери давления на расчетном участке гидросистемы;

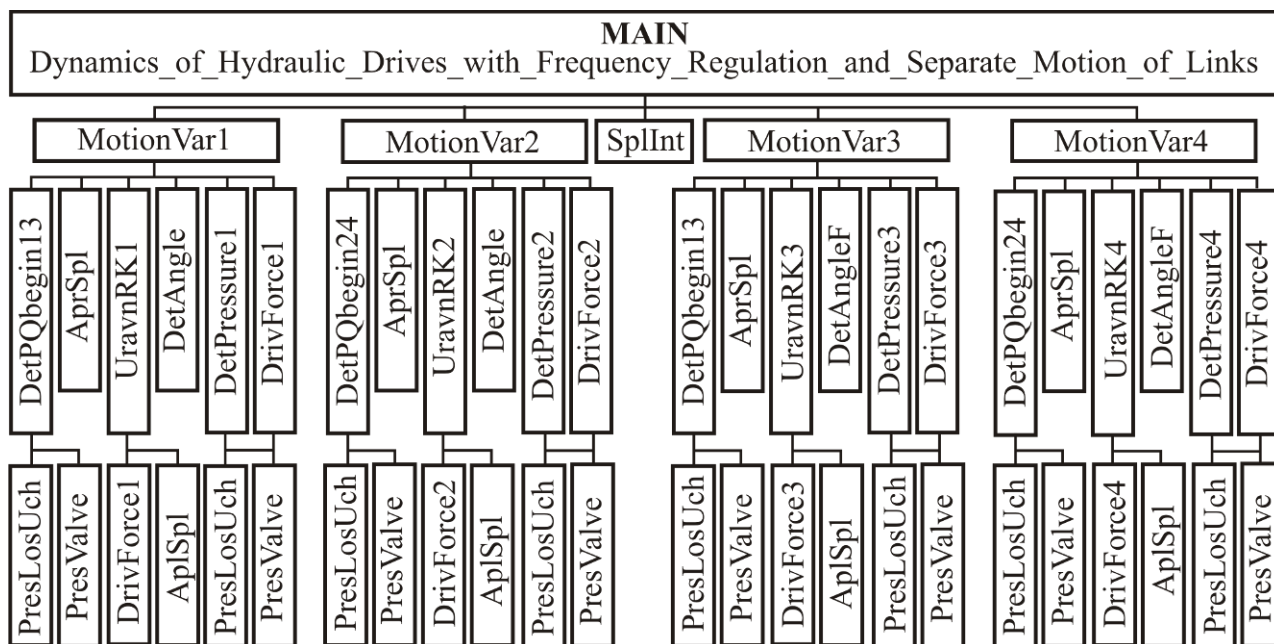


Рис. 2. Структурная схема компьютерной программы

- *SplInt* – кубическая сплайн-интерполяция одномерной функции, заданной набором опорных точек;

- *UravnRK13* – определение значения правой части уравнения движения звена согласно метода Рунге-Кутты 4-го порядка (варианты движения 1 и 3);

- *UravnRK24* – определение значения правой части уравнения движения звена согласно метода Рунге-Кутты 4-го порядка (варианты движения 2 и 4);

- *MotionVar1* – интегрирование уравнения движения звена (вариант движения 1);

- *MotionVar2* – интегрирование уравнения движения звена (вариант движения 2);

- *MotionVar3* – интегрирование уравнения движения звена (вариант движения 3);

- *MotionVar4* – интегрирование уравнения движения звена (вариант движения 4), а также 2 процедуры типа Function:

- *AprSpl* – расчет значения функции, заданной кубическим сплайном, в заданной точке;

- *PresValve* – расчет величины давления на предохранительном клапане при его работе.

Результатом выполнения компьютерной программы является расчет изменения во времени отработки движения звена следующих данных:

- 1) величины  $x(\tau)$ , скорости  $\dot{x}(\tau)$  и ускорения  $\ddot{x}(\tau)$  перемещения подвижного элемента гидродвигателя;

- 2) угла  $q(\tau)$ , угловой скорости  $\dot{q}(\tau)$  и углового ускорения  $\ddot{q}(\tau)$  поворота звена манипуляционной системы;

- 3) давления рабочей жидкости  $p_j(\tau)$  в характерных точках гидросистемы (рис. 1);

- 4) объемного расхода рабочей жидкости  $Q_j(\tau)$  в характерных точках гидросистемы (рис. 1);

- 5) объемного расхода рабочей жидкости  $\Delta Q_v(\tau)$  через напорный предохранительный клапан;

- 6) перепада давления рабочей жидкости на гидродвигателе  $\Delta p_{HD}(\tau)$ ;

- 7) мгновенной потребляемой мощности насоса  $N_p(\tau)$ .

#### 4. Анализ тестовых результатов применения математической модели

Как и ранее в [10], для оценки достоверности моделирования гидравлических процессов в частотно-регулируемом гидроприводе мобильной машины при раздельном движении ее звеньев на основе разработанной математической модели и реализующей ука-



занную модель компьютерной программы была рассмотрена трехзвенная манипуляционная система, кинематическая схема которой показана на рис. 3. Размеры металлоконструкции, условия и режимы эксплуатации, а также параметры гидросистемы взяты аналогичными соответствующим характеристикам

мобильной машины АСТ-4-А для сварки магистральных трубопроводов [23, 24].

Состав и технические характеристики насоса, гидроаппаратов, гидроустройств и гидрролиний, использованные при проведении тестовых расчетов, аналогичны принятым в работе [10].

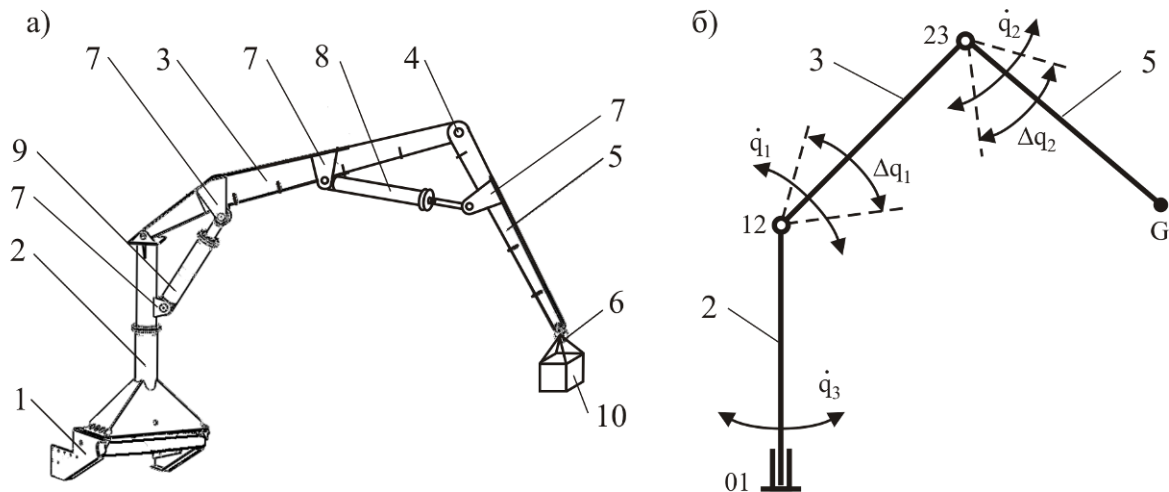


Рис. 3. Трехзвенный гидравлический кран-манипулятор мобильной машины [10]:  
 а - конструктивное исполнение (1 - опорная конструкция; 2 - поворотная колонна; 3 - стрела; 4 - шарнирный узел соединения смежных звеньев; 5 - рукоять; 6 - грузозахватный орган; 7 - элементы крепления; 8 - силовой гидродвигатель механизма поворотного движения рукояти; 9 - силовой гидродвигатель механизма поворотного движения стрелы; 10 – груз);  
 б – кинематическая схема

Рассматривался полный цикл раздельного поворотного движения стрелы 3 кран-манипулятора при неподвижном положении рукояти 5. Он включал подъем стрелы из начального (нижнего) положения в конечное (верхнее) и затем опускание стрелы из верхнего положения в нижнее. Начальная и конечная конфигурации кинематической схемы манипуляционной системы с соблюдением геометрических пропорций звеньев приведены на рис. 4 [10]. Вес транспортируемого груза составлял  $G = 7,5$  кН. Графики изменения в зависимости от угла поворота стрелы величин приведенных к штоку гидроцилиндра эксплуатационной продольной силы  $F_{ol}$  и массы перемещаемого груза и движущихся элементов металлоконструкции манипуляционной системы  $M_{red}$  соответствуют приведенным в [10].

Интегрирование уравнения движения (1) позволяет определить в произвольный момент времени  $\tau$  кинематические параметры

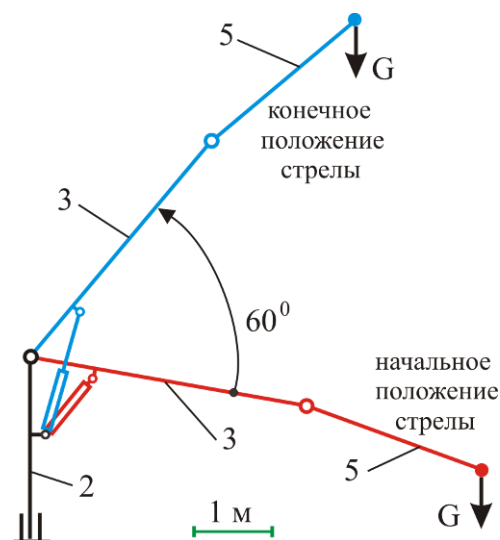


Рис. 4. Крайние конфигурации манипуляционной системы при раздельном движении стрелы [10]

линейного перемещения штока силового гидроцилиндра – текущую координату характерной точки (например, поршня)  $x_r(\tau)$ , линейную скорость  $\dot{x}_r(\tau)$  и линейное ускорение  $\ddot{x}_r(\tau)$ , причем ускорение  $\ddot{x}_r(\tau)$  находится непосредственно из уравнения движения (1):

$$\ddot{x}_r(\tau) = \frac{\dot{Q}_{HD,inp}}{A_{hc,inp}} = \frac{A_{hc,inp}P_3(\tau) - A_{hc,out}P_4(\tau) \mp F_{ol}(\tau) + F_{br}(\tau)}{M_{red}(\tau)}$$

Соответствующие им кинематические параметры поворотного перемещения звена манипуляционной системы определяются в соответствии с предложенными в [25] зависимостями следующими соотношениями связи:

- угловая координата (угол поворота) звена

$$q(\tau) = \arcsin \left[ \frac{x_r^2(\tau) - l_{Be}^2 - l_{Bf}^2}{2l_{Be}l_{Bf}} \right] + \arctg \left( \frac{l_{de}}{l_{Bd}} \right) + \arctg \left( \frac{l_{fg}}{l_{Bg}} \right) - q_0; \quad (12)$$

- угловая скорость звена

$$\dot{q}(\tau) = \dot{x}_r(\tau) \frac{S_1}{S_2};$$

- угловое ускорение звена

$$\ddot{q}(\tau) = \left\{ \ddot{x}_r(\tau) - \frac{S_3}{S_1^3} [\dot{q}(\tau)]^2 \right\} \frac{S_1}{S_2},$$

Причем

$$S_1 = \left\{ l_{Be}^2 + l_{Bf}^2 + 2l_{Be}l_{Bf} \times \sin \left[ q + q_0 - \arctg \left( \frac{l_{de}}{l_{Bd}} \right) - \arctg \left( \frac{l_{fg}}{l_{Bg}} \right) \right] \right\}^{0.5};$$

$$S_2 = l_{Be}l_{Bf} \cos \left[ q + q_0 - \arctg \left( \frac{l_{de}}{l_{Bd}} \right) - \arctg \left( \frac{l_{fg}}{l_{Bg}} \right) \right];$$

$$S_3 = l_{Be}l_{Bf} \left\{ S_2 - S_1^2 \sin \left[ q + q_0 - \arctg \left( \frac{l_{de}}{l_{Bd}} \right) - \arctg \left( \frac{l_{fg}}{l_{Bg}} \right) \right] \right\},$$

где  $l_{Be}, l_{Bf}, l_{de}, l_{Bd}, l_{fg}, l_{Bg}$  – характерные конструкционные размеры манипуляционной системы (рис. 5);  $q_0$  – начальное значение угловой координаты  $q$ .

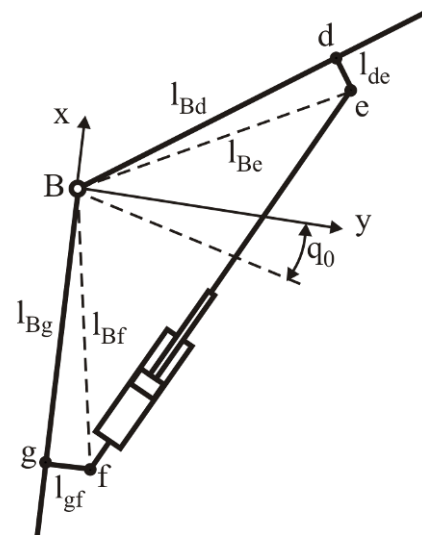


Рис. 5. Характерные конструкционные размеры манипуляционной системы

Для исследования влияния вида закона изменения частоты вращения приводного вала насоса  $n(\tau)$ , реализующего частотное регулирование гидропривода, были рассмотрены 10 простейших законов, представленных на рис. 6:

- характеризующихся квадратичным изменением во времени объемной подачи насоса (рис. 6, а);

- характеризующихся либо монотонным возрастанием во времени объемной подачи насоса (графики 4, 5, 7 на рис. 6, б), либо ее монотонным снижением (графики 3, 6, 8 на рис. 6, б).

На рис. 7 - 9 приведены графики изменения с течением времени кинематических параметров движения стрелы в процессе ее подъема: угла поворота  $q_2$ , угловой скорости  $\dot{q}_2$  и углового ускорения  $\ddot{q}_2$ . Номера графиков соответствуют номерам исследованных законов частотного регулирования, представленных на рис. 6.

Анализ рис. 7 – 9 показывает, что вид закона частотного регулирования гидропривода механизма поворота звена манипуляционной системы определяет конфигурацию и количественные характеристики графиков

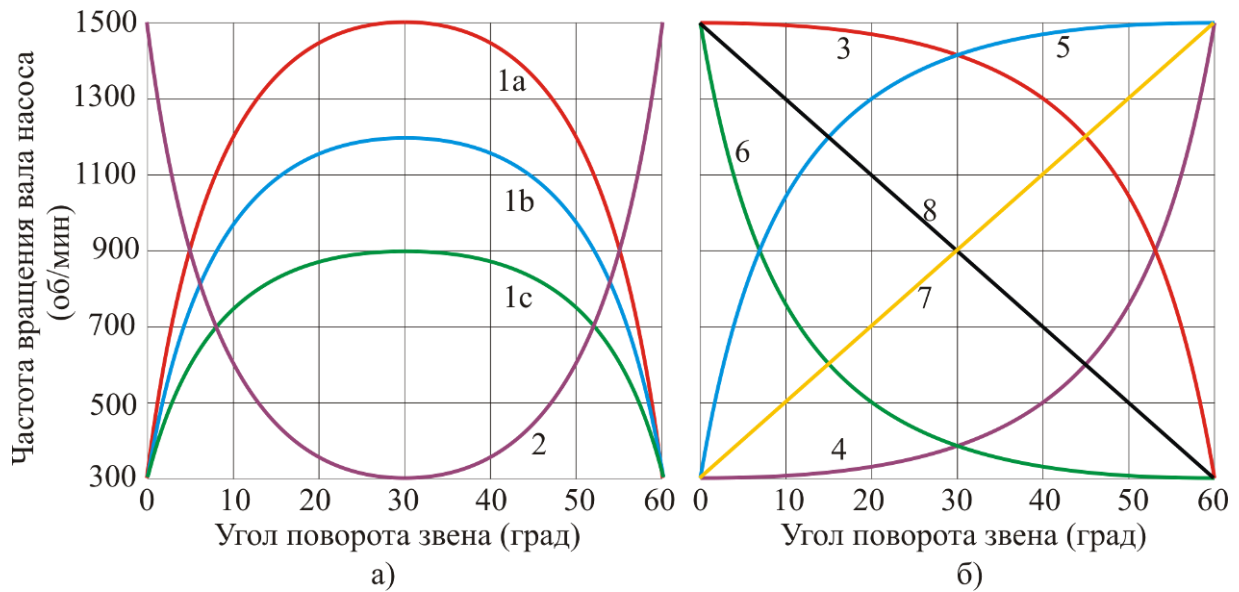


Рис. 6. Графики исследованных законов частотного регулирования изменения во времени величины объемной подачи насоса: а – квадратичное; б - монотонное

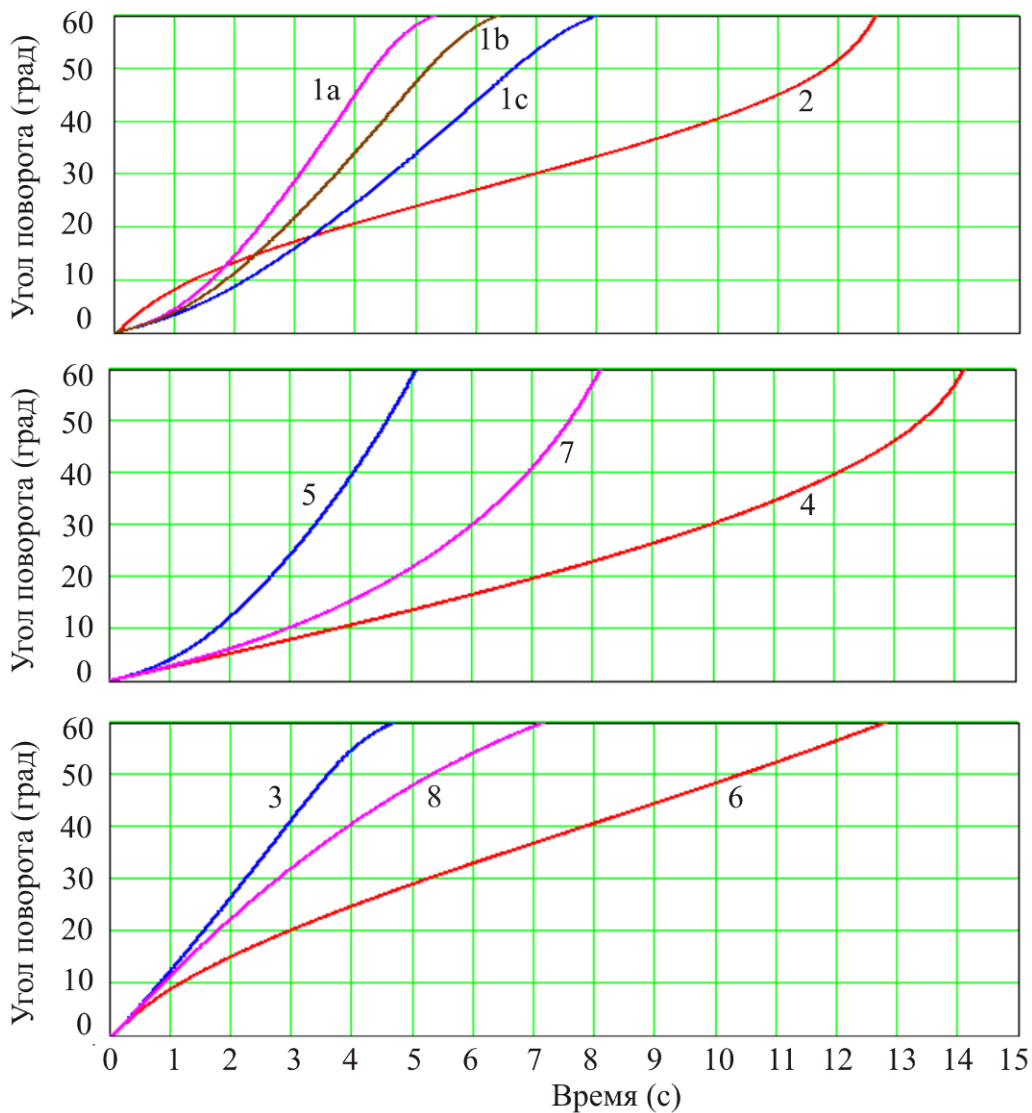


Рис. 7. Графики изменения во времени угла поворота стрелы при ее подъеме

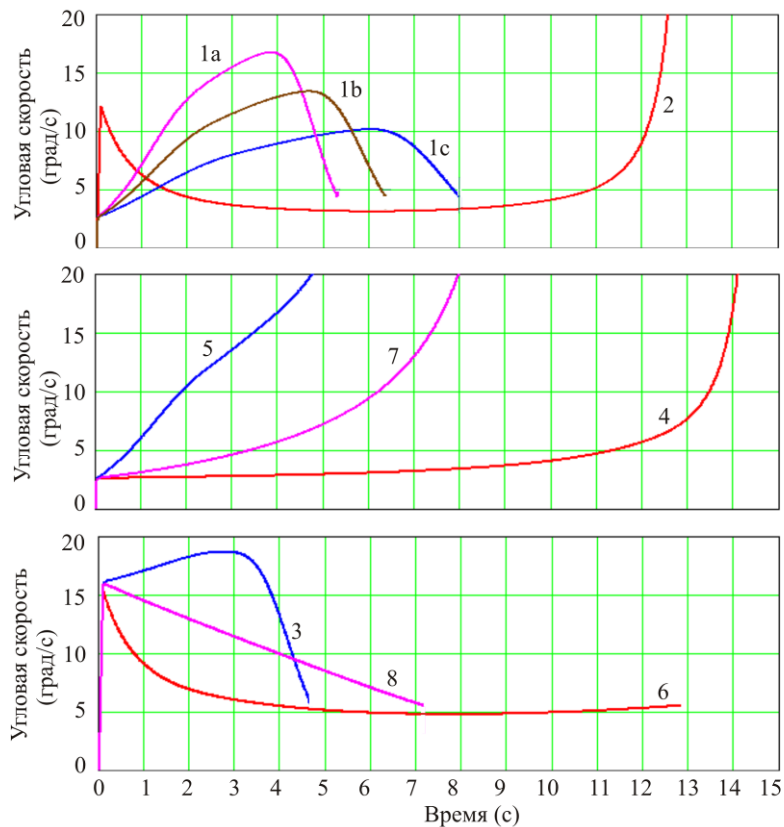


Рис. 8. Графики изменения во времени угловой скорости поворота стрелы при ее подъеме

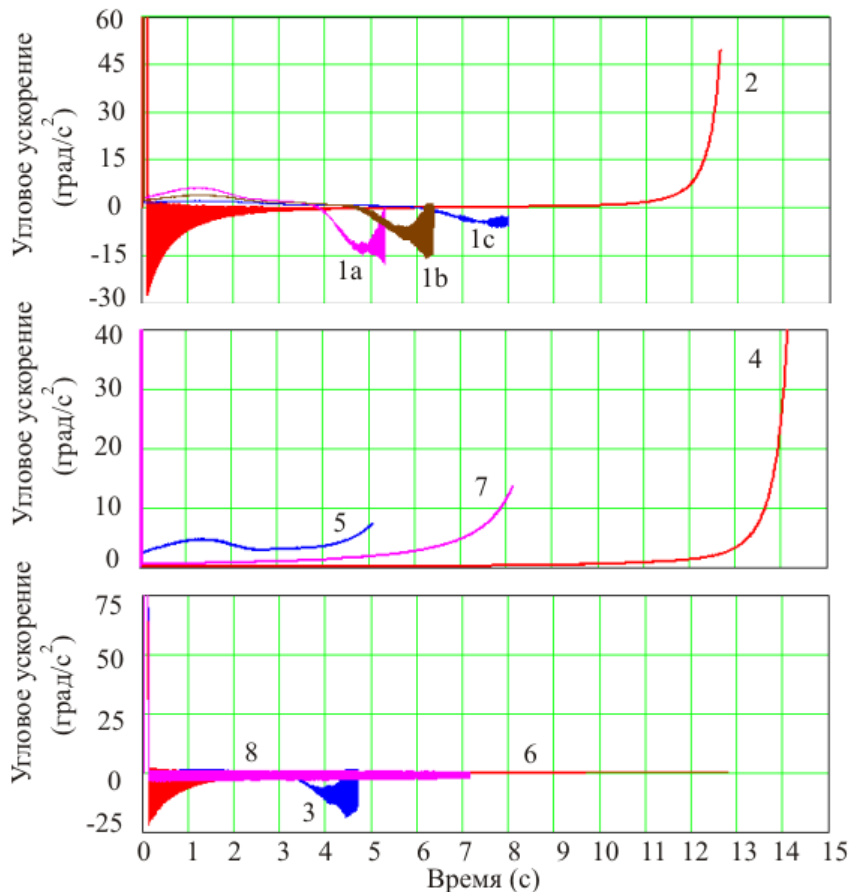


Рис. 9. Графики изменения во времени углового ускорения поворота стрелы при ее подъеме

изменения во времени кинематических параметров  $q_2(\tau)$ ,  $\dot{q}_2(\tau)$  и  $\ddot{q}_2(\tau)$ . Как и следовало ожидать, на участках траектории, с которыми совпадает рост частоты вращения вала насоса, наблюдается рост угловой скорости и более быстрое нарастание угла поворота. На участках траектории, с которыми совпадает уменьшение частоты вращения вала насоса, наоборот, наблюдается снижение угловой скорости и замедление роста угла поворота.

При этом для всех исследованных законов частотного регулирования по мере поворота звена наблюдается монотонное снижение величины углового ускорения независимо от того, происходит увеличение или снижение частоты вращения вала насоса. Это можно объяснить тем, что по мере подъема звена растет величина эксплуатационной нагрузки, которую необходимо преодолевать гидроцилиндру. На отдельных участках графиков  $\ddot{q}_2(\tau)$  ряда исследованных законов частотного регулирования наблюдается неустойчивость изменения во времени углового ускорения звена манипуляционной системы, имеющая колебательный характер с различной амплитудой. Указанные участки неустойчивости величины углового ускорения соответствуют участкам законов частотного регулирования, на которых происходит снижение частоты вращения ротора насоса (т.е. снижение объемной подачи насоса).

На рис. 10 показаны исследованные законы регулирования гидропривода в виде соотношения  $n(\tau)$ . Вследствие переменности угловой скорости звена манипуляционной системы и нелинейного характера зависимости (12) между линейной координатой смещения штока гидроцилиндра и угловой координатой поворота звена геометрическая форма законов регулирования, выраженная в виде соотношения  $n(\tau)$ , оказывается деформированной по отношению к показанной на рис. 6 геометрической форме этих же законов в виде  $n(q_2)$ .

Информацию о рабочих процессах, происходящих в гидроприводе манипуляционной системы при подъеме груза стрелой, дают графики на рис. 11 - 19.

На рис. 11 - 14 приведены графики изменения во времени давления рабочей жидкости в характерных точках гидросистемы при подъеме груза поворотом стрелы:

- на выходе из насоса (точка 1 на рис. 1);
- в месте установки предохранительного клапана (точка 2 на рис. 1);
- на входе в гидроцилиндр (точка 3 на рис. 1);
- на выходе из гидроцилиндра (точка 4 на рис. 1).

Как было отмечено выше при анализе изменения во времени величины углового ускорения стрелы манипуляционной системы (рис. 9), при изменении во времени величины давления рабочей жидкости в характерных точках (точки 1, 2 и 3) напорной части гидросистемы для тех же исследованных законов частотного регулирования насоса (законы 2, 3, 6 и 8) также наблюдается колебательная неустойчивость давления, размах которой достигает 0,5 МПа. Она и является непосредственным источником неустойчивости величины углового ускорения движущегося звена манипуляционной системы. Отмеченная колебательная неустойчивость давления характерна для изначально ниспадающих ветвей законов частотного регулирования объемной подачи насоса, тогда как при переходе на восходящую ветвь неустойчивость исчезает. Это демонстрируют графики изменения давления на рис. 11 - 13, соответствующие закону 2. Можно считать, что при переходе на ниспадающую ветвь закона частотного регулирования при начальной реализации восходящей ветви закона колебательная неустойчивость величины рабочего давления практически не проявляется, так как имеет место практически стабильная работа предохранительного клапана при повышенном давлении на выходе объемного насоса. Это демонстрируют графики изменения давления на рис. 11 - 13, соответствующие законам 1a, 1b и 1c.

На рис. 15 приведены графики изменения во времени перепада давления рабочей жидкости на гидроцилиндре, обеспечивающего движущую силу подъема груза при повороте стрелы манипуляционной системы.

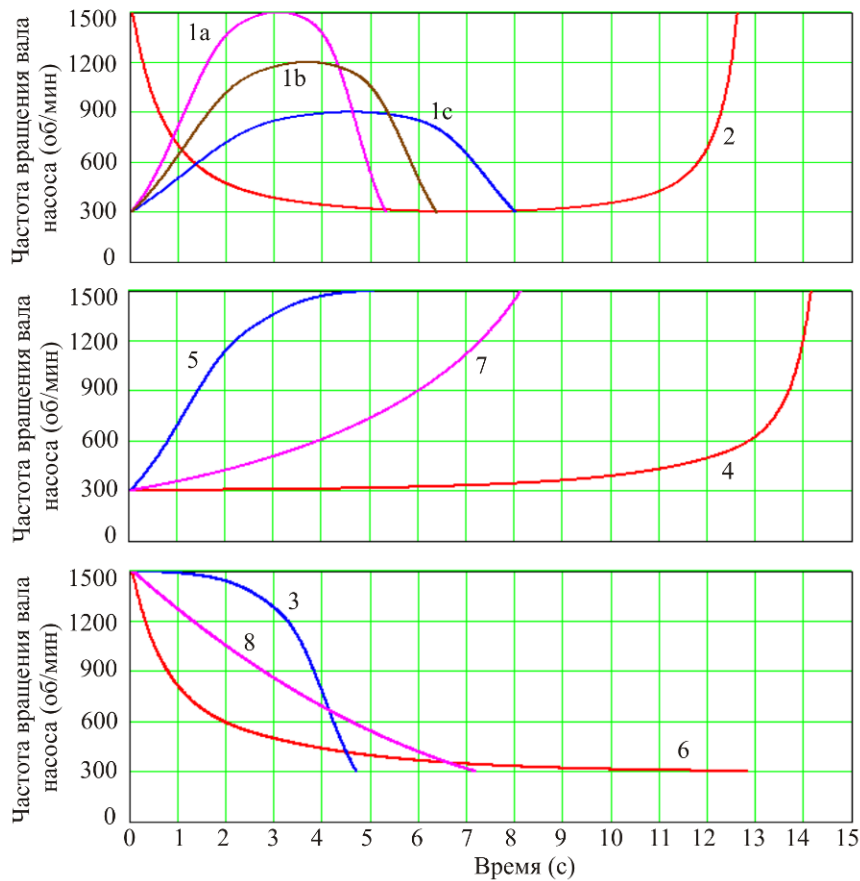


Рис. 10. Графики исследованных законов частотного регулирования изменения во времени величины объемной подачи насоса, выраженные в виде соотношения  $n(\tau)$

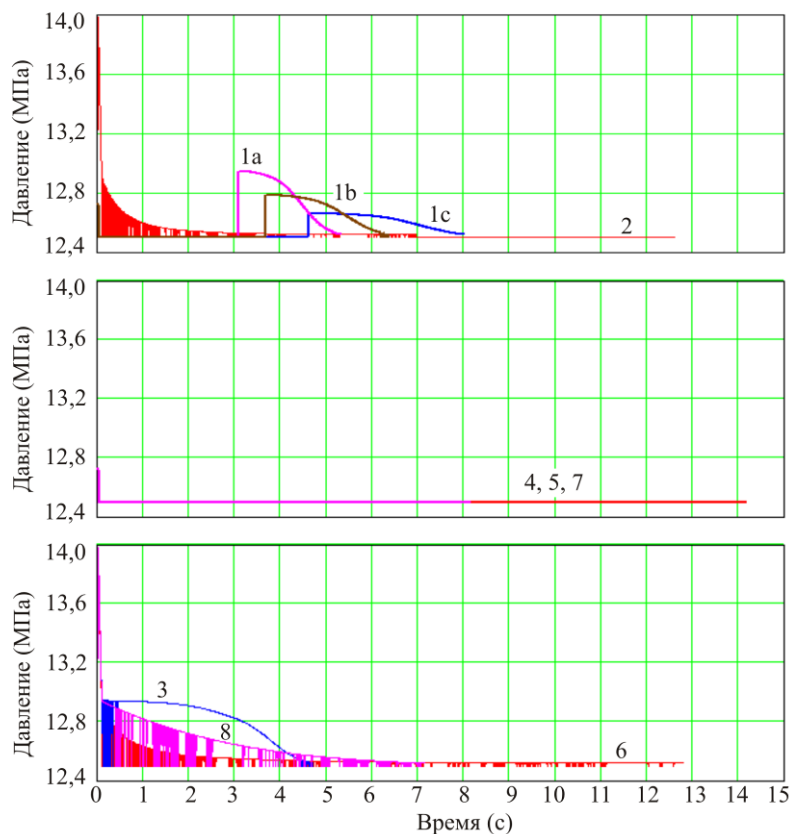


Рис. 11. Изменение во времени давления рабочей жидкости на выходе из насоса

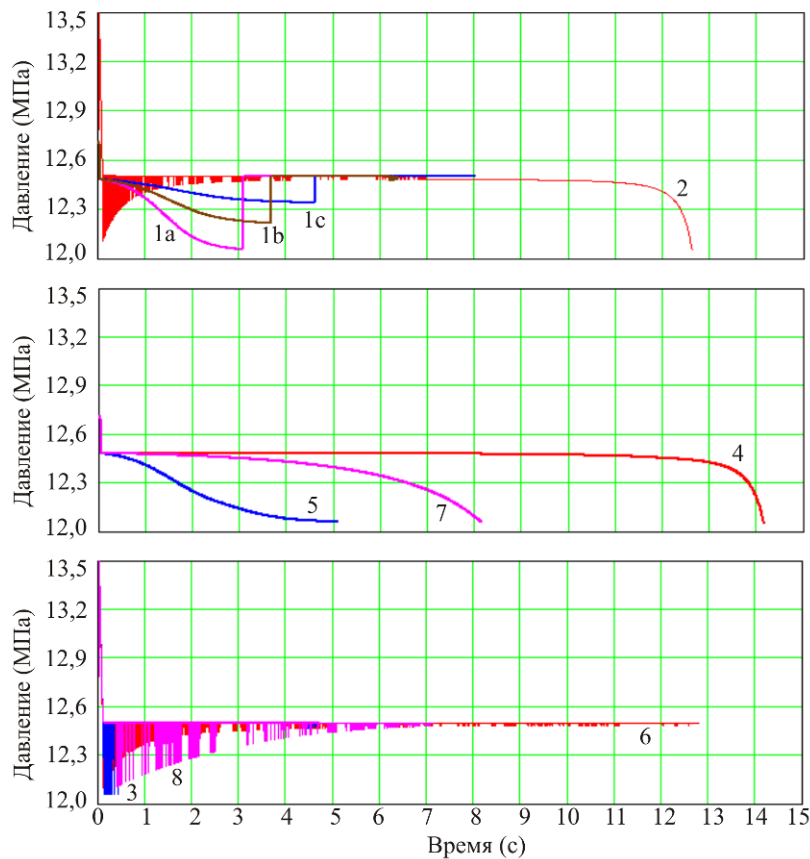


Рис. 12. Изменение во времени давления рабочей жидкости в месте установки предохранительного клапана

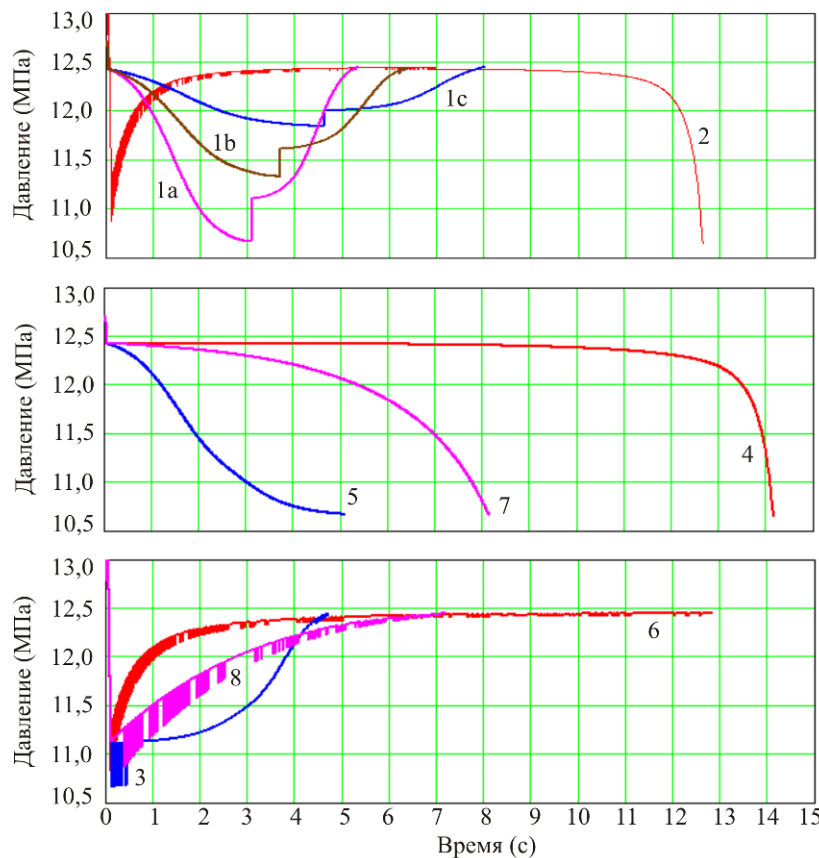


Рис. 13. Изменение во времени давления рабочей жидкости на входе в гидроцилиндр

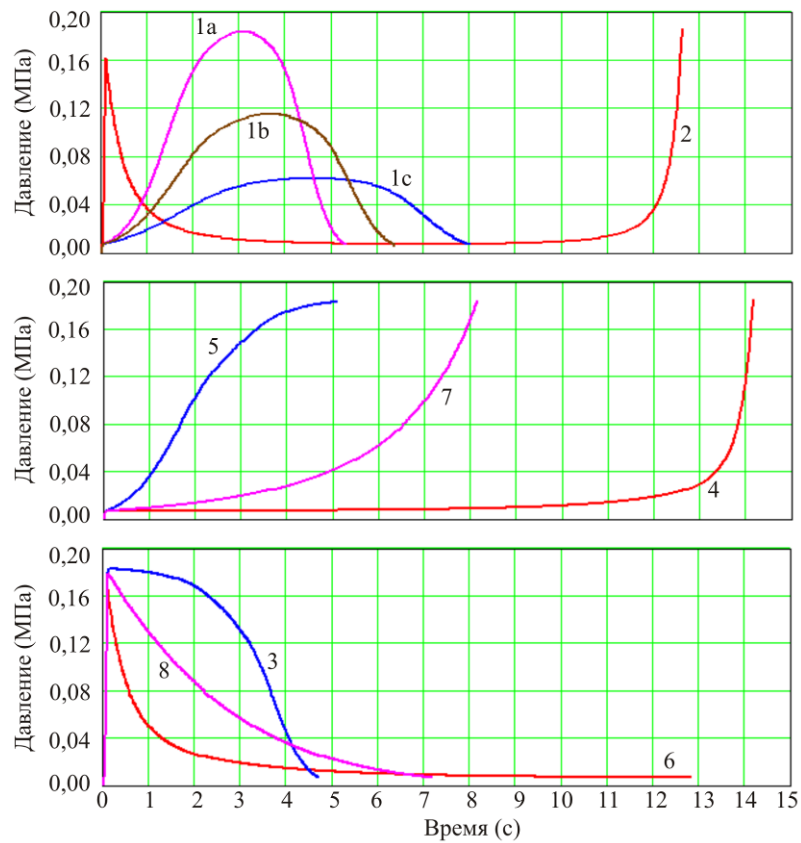


Рис. 14. Изменение во времени давления рабочей жидкости на выходе из гидроцилиндра

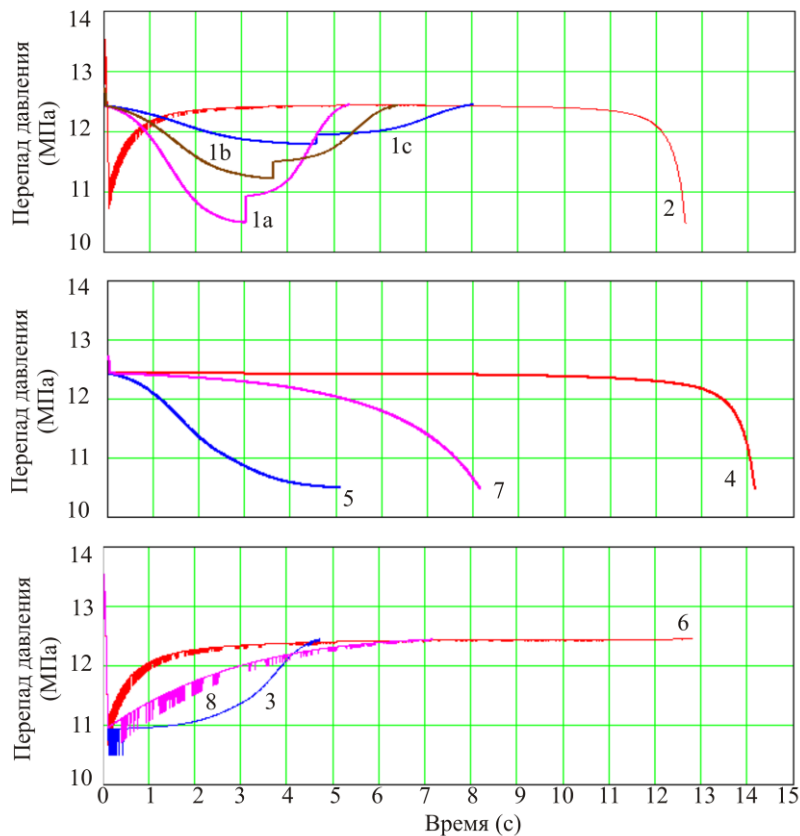


Рис. 15. Изменение во времени перепада давления рабочей жидкости на гидроцилиндре



На рис. 16 – 18 приведены графики изменения во времени объемного расхода рабочей жидкости в характерных точках гидросистемы при подъеме груза поворотом стрелы:

- объемной подачи насоса (точка 1 на рис. 1);
- за предохранительным клапаном и на входе в гидроцилиндр (точки 2' и 3 на рис. 1);
- на выходе из гидроцилиндра (точка 4 на рис. 1),

а на рис. 19 – графики расхода через предохранительный клапан.

Для объемного расхода также характерна некоторая колебательная нестабильность. Однако как показывает анализ рис. 19, размах величины расхода составляет не более 1% и наблюдается при работе насоса на нисходящей ветви закона частотного регулирования. Если до этого насос работал на восходящей ветви закона частотного регулирова-

ния, то нестабильность расхода оказывается еще более незначительной с размахом, составляющим лишь доли процента от подачи насоса.

## 5. Заключение

Представленные функционально-структурная схема и математическая модель рабочих гидродинамических процессов в частотно-регулируемом гидроприводе манипуляционных систем мобильных транспортно-технологических машин позволяют провести компьютерное моделирование кинематики и динамики элементов металлоконструкции гидрофицированных кранов-манипуляторов и гидродинамических рабочих процессов в гидроприводе как совместно протекающих и взаимовлияющих процессов.

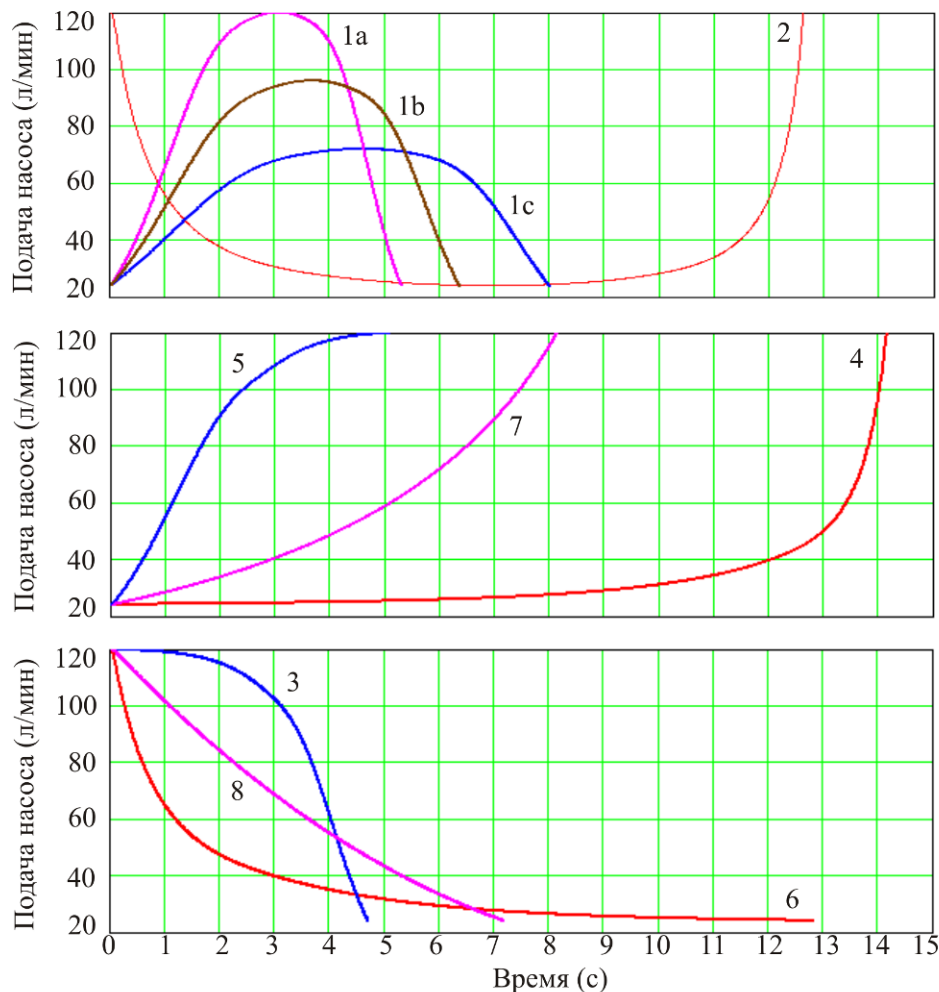


Рис. 16. Изменение во времени подачи насоса

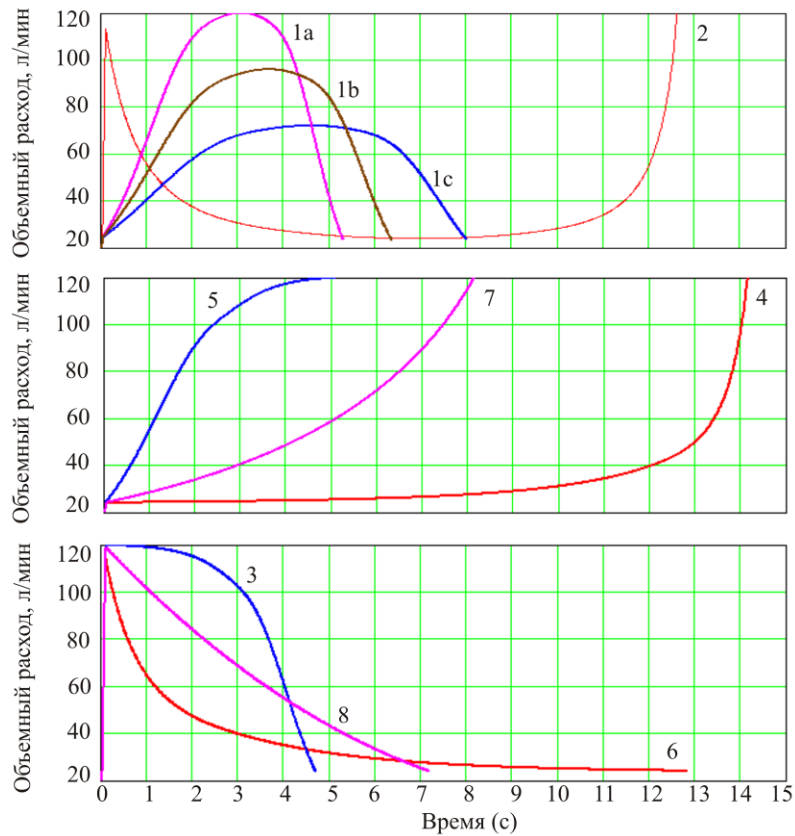


Рис. 17. Изменение во времени расхода рабочей жидкости за предохранительным клапаном и на входе в гидроцилиндр

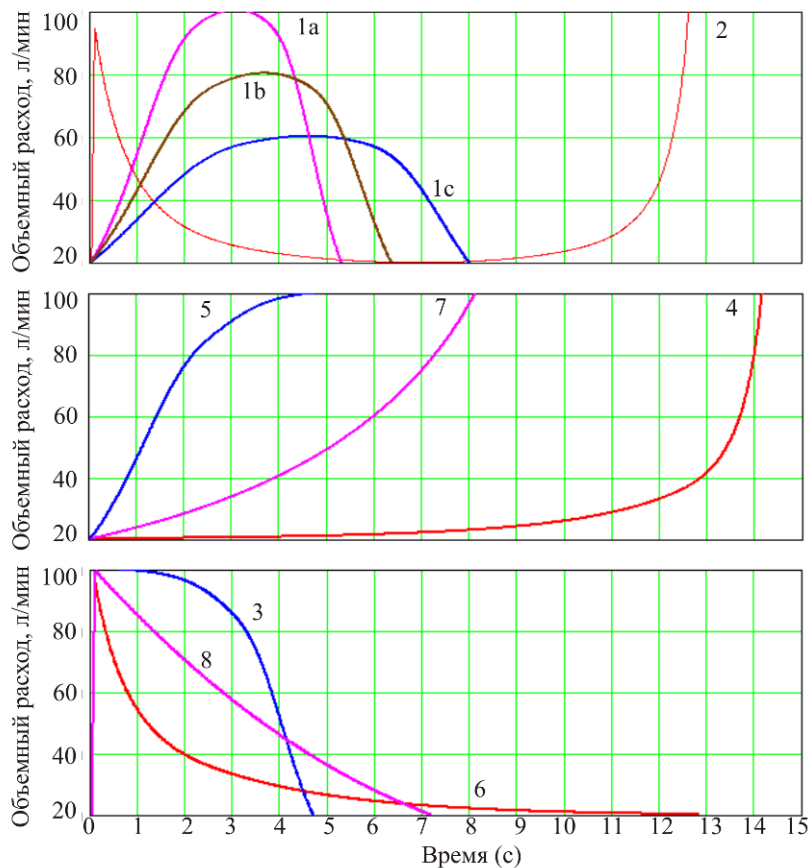


Рис. 18. Изменение во времени расхода рабочей жидкости на выходе из гидроцилиндра

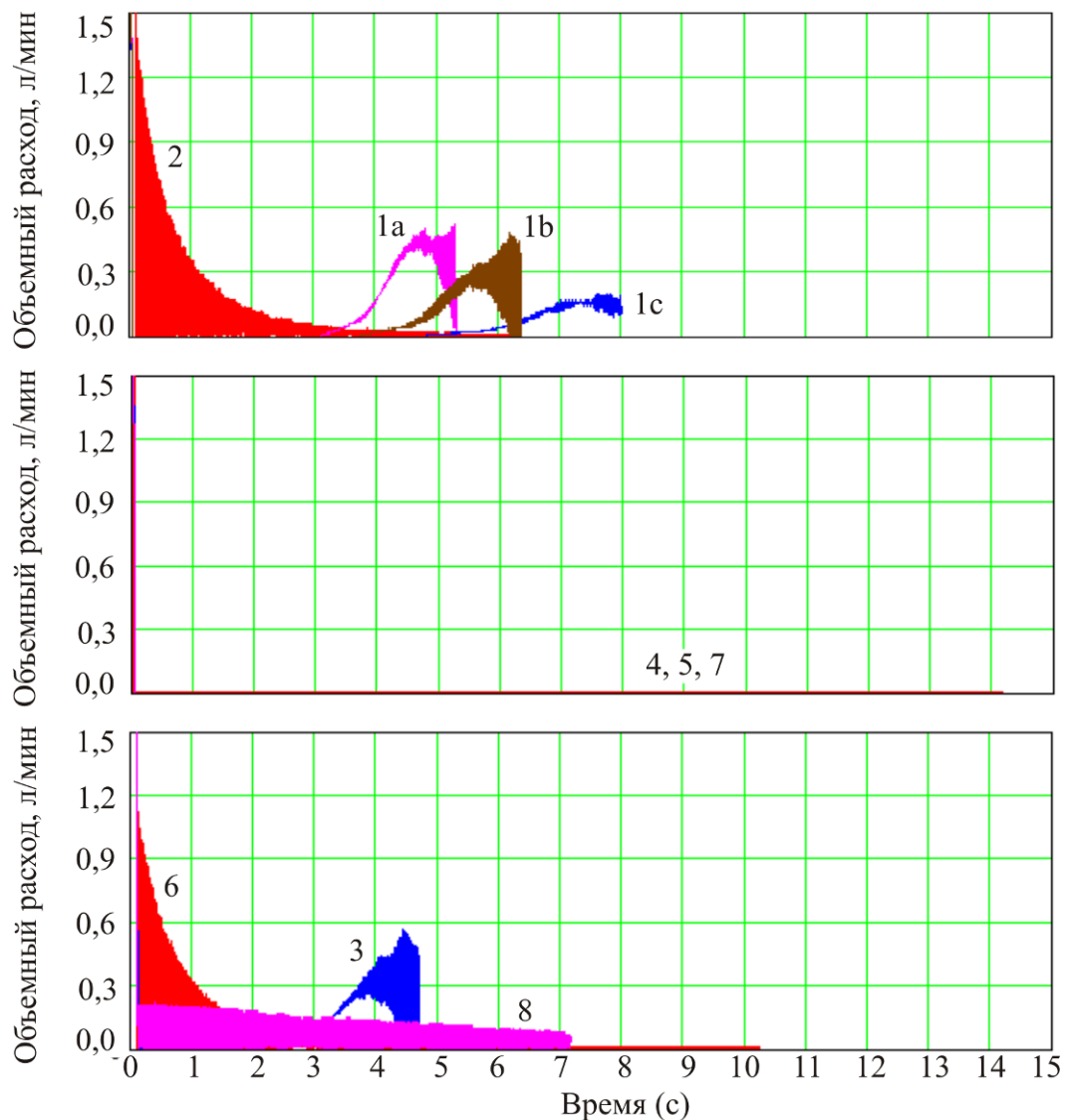


Рис. 19. Изменение во времени расхода рабочей жидкости через предохранительный клапан

Реализующая разработанную математическую модель компьютерная программа позволяет выполнить расчет изменения во времени перемещений, скоростей и ускорений одиночно движущихся звеньев манипуляционных крановых систем, давлений и объемных расходов рабочей жидкости в характерных точках гидросистемы в зависимости от широкой номенклатуры исходных параметров – конструктивных размеров металлоконструкции кранов-манипуляторов, технических характеристик гидропривода, величины эксплуатационных нагрузок и вида законов частотного регулирования работы объемных насосов.

По результатам выполненных расчетов применительно к условиям эксплуатации и

конструкции реальной трехзвенной манипуляционной системы и их анализа можно сделать следующие выводы.

1. Вид закона регулирования, определяющего зависимость изменения частоты вращения вала регулируемого объемного насоса, и его количественные характеристики оказывают определяющее воздействие на вид и количественные характеристики графиков изменения во времени кинематических и гидравлических параметров, описывающих процесс раздельного перемещения звеньев манипуляционных систем. Поэтому целенаправленное задание закона частотного регулирования движения отдельных звеньев крановых манипуляционных систем позволяет в достаточно широких пределах регулировать время

отработки требуемого движения, его кинематические и динамические параметры.

2. При частотном регулировании может наблюдаться колебательная неустойчивость ускорения движения звеньев и давлений рабочей жидкости в напорной части гидросистемы. При этом имеют место высокочастотные осциллирующие перемещения запорно-регулирующего элемента предохранительного клапана, обеспечивающего удаление лишней рабочей жидкости из гидросистемы, а также связанные с таким режимом работы клапана осцилляции давления на выходе насоса с размахом до 0,5 МПа (~ 4% номинального давления на выходе насоса). Указанная неустойчивость проявляется для тех периодов движения звеньев манипуляционных систем, которые соответствуют нисходящим ветвям законов частотного регулирования. Для периодов движения звеньев, которые соответствуют восходящим ветвям законов частотного регулирования, данное явление не зафиксировано.

3. При наличии в законе регулирования участков со снижением частоты враще-

ния вала насоса наблюдается появление интервалов времени, когда движущееся звено испытывает отрицательное угловое ускорение, т.е. движется с замедлением. Это следует рассматривать как негативное явление, так как может являться источником дополнительных динамических напряжений в металлоконструкции манипуляционной системы и приводит к повышению времени отработки движения.

4. Очевидно, колебательную неустойчивость кинематических и гидравлических параметров следует рассматривать как негативное явление. Поэтому целесообразно проведение дальнейших исследований специфических особенностей работы гидроприводов манипуляционных систем мобильных транспортно-технологических машин при частотном регулировании объемных насосов, направленных на разработку метода формирования оптимальных законов изменения во времени частоты вращения вала насоса с минимальными проявлениями кинематической и гидравлической неустойчивости.

### Список литературы

1. Лезнов, Б.С. Частотно-регулируемый электропривод насосных установок / Б.С. Лезнов. – М.: Машиностроение, 2013. – 176 с.

2. Соколовский, Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием / Г.Г. Соколовский. - М.: Академия, 2006. - 265 с.

3. Частотно-регулируемый привод [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [http://ru.wikipedia.org/wiki/Частотно-регулируемый\\_привод](http://ru.wikipedia.org/wiki/Частотно-регулируемый_привод).

4. Башта, Т.М. Гидравлика, гидромашин и гидроприводы / Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.

5. Hydraulic Modeling: Concepts and Practice / Edited by R. Ettema. - American Society of Civil Engineering. – 2000. DOI: <https://doi.org/10.1061/9780784404157>

6. Кожухова, А.В. Частотное регулирование объемных гидравлических насосов / А.В. Кожухова, М.Ю. Невзорова // Актуальные направления научных исследований XXI ве-

### References

1. Leznov B.S. *Chastotno-reguliruemyy elektropriwod nasosnykh ustanovok* [Frequency-controlled electric drive of pumping units]. Moscow, Mashinostroenie, 2013. 176 p. (In Russian)

2. Sokolovskiy G.G. *Elektroprivody perezmennogo toka s chastotnym regulirovaniem* [AC drives with frequency control]. Moscow, Akademiya, 2006. 265 p. (In Russian)

3. Chastotno-reguliruemyy privod [site]. Available: [http://ru.wikipedia.org/wiki/Частотно-регулируемый\\_привод](http://ru.wikipedia.org/wiki/Частотно-регулируемый_привод) (In Russian)

4. Bashta T.M., Rudnev S.S., Nekrasov B.B. *Gidravlika, gidromashiny i gidroprivody* [Hydraulics, hydraulic machines and hydraulic drives]. Moscow, Mashinostroenie, 1982. 424 p. (In Russian)

5. Hydraulic Modeling: Concepts and Practice. American Society of Civil Engineering, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1061/9780784404157>

6. Kozhukhova A.V., Nevzorova M.Yu. *Chastotnoe regulirovanie obemnykh gidravli-*

ка: теория и практика. – 2015. – Т. 3. - № 9-3. – С. 83-87.

7. Преимущества частотного регулирования электродвигателя [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://частотники.рф/prim.html>.

8. Лагерев, И.А. Моделирование рабочих процессов манипуляционных систем мобильных многоцелевых транспортно-технологических машин и комплексов / И.А. Лагерев. – Брянск: РИО БГУ, 2016. – 371 с.

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.1198980>

9. Лагерев, И.А. Современная теория манипуляционных систем мобильных многоцелевых транспортно-технологических машин и комплексов. Конструкции и условия эксплуатации / И.А. Лагерев, А.В. Лагерев. – Брянск: РИО БГУ, 2018. – 190 с. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.1294622>

10. Лагерев, А.В. Моделирование рабочих процессов в дроссельно-регулируемом гидроприводе манипуляционных систем мобильных машин при раздельном движении звеньев / А.В. Лагерев, И.А. Лагерев // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. – 2018. - №4. – С. 355-379.

DOI: <https://doi.org/10.22281/2413-9920-2018-04-04-355-379>

11. Лагерев, А.В. Моделирование рабочих процессов в дроссельно-регулируемом гидроприводе манипуляционных систем мобильных машин при совместном движении звеньев / А.В. Лагерев, И.А. Лагерев // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. – 2019. - №1. – С. 59-82.

DOI: <https://doi.org/10.22281/2413-9920-2019-05-01-59-82>

12. Навроцкий, К.Л. Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов / К.Л. Навроцкий. – М.: Машиностроение, 1991. – 384 с.

13. Бажин, И.И. Автоматизированное проектирование машиностроительного гидропривода / И.И. Бажин, Ю.Г. Беренгард, М.М. Гайцгори, С.А. Ермаков и др. – М.: Машиностроение, 1988. – 312 с.

14. Попов, Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов / Д.Н. Попов. – М.: МГТУ

cheskikh nasosov. *Aktualnye napravleniya nauchnykh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika*, 2015, Vol. 3, No. 9-3, pp. 83-87. (In Russian)

7. Preimushchestva chastotnogo regulirovaniya elektrodvigatelya [site]. Available: <http://частотники.рф/prim.html> (In Russian)

8. Lagerev I.A. *Modelirovanie rabochikh protsessov manipulyatsionnykh sistem mobilnykh mnogotselovykh transportno-tekhnologicheskikh mashin i kompleksov* [Modeling of work processes in manipulation systems for mobile multi-purpose transport and technological machines and complexes]. Bryansk, RIO BGU, 2016. 371 p. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.1198980> (In Russian)

9. Lagerev I.A., Lagerev A.V. *Sovremennaya teoriya manipulatsionnykh sistem mobilnykh mnogotselovykh transportno-tekhnologicheskikh mashin i kompleksov. Konstruktsiya i usloviya ekspluatatsii* [Modern theory of manipulation systems of mobile multi-purpose transport and technological machines and complexes. Design and operating conditions]. Bryansk, Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University, 2018. 190 p. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.1294622> (In Russian)

10. Lagerev A.V., Lagerev I.A. Modeling of working processes in the throttle-adjustable hydraulic drive of manipulation systems with separate movement of links during operation of mobile machines. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2018, No.4, pp. 355-379. DOI: <https://doi.org/10.22281/2413-9920-2018-04-04-355-379> (In Russian)

11. Lagerev A.V., Lagerev I.A. Modeling of working processes in the throttle-adjustable hydraulic drive of manipulation systems with conjoint movement of links during operation of mobile machines. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2019, No.1, pp. 59-82. DOI: <https://doi.org/10.22281/2413-9920-2019-05-01-59-82> (In Russian)

12. Navrotskiy K.L. *Teoriya i proektirovanie gidro- i pnevmoprivodov* [Theory and Design of Hydraulic and Pneumatic Drives]. Moscow, Ma-



