

УДК (UDC) 621.874, 69.07

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ И МАССЫ КОРОБЧАТОЙ БАЛКИ С  
КРИВОЛИНЕЙНЫМИ СТЕНКАМИ ПРИ РАСЧЕТЕ НА МЕСТНУЮ  
УСТОЙЧИВОСТЬ ОТ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТАGEOMETRY AND MASS OPTIMIZATION OF BOX-SHAPE BEAMS WITH  
NON-LINEAR WALLS FOR LOCAL BUCKLING DUE TO BENDINGМанжула К.П., Наумов А.В.  
Manzhula K.P., Naumov A.V.Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (Санкт-Петербург, Россия)  
Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (Saint Petersburg, Russian Federation)

**Аннотация.** В статье исследована возможность оптимизации геометрии и массы балки исходя из условий обеспечения местной устойчивости. Предмет исследования – коробчатая балка с криволинейными стенками. Данный тип балки не является распространенным, так как он не изучен должным образом, что говорит об его новизне. Однако проведенные исследования и испытания доказывают, что данный тип балки превосходит текущие типы балок по показателям местной устойчивости. Это говорит об актуальности дальнейших исследований и использовании балок с криволинейными стенками в конструкциях, в которых основным аспектом выбора геометрических размеров балки является местная устойчивость. Для оптимизации данного типа балок был проведен численный эксперимент с помощью метода конечных элементов в среде ANSYS. Эксперимент подтвердил возможность геометрической оптимизации с сохранением аналогичных показателей местной устойчивости. Результатами данного исследования являются полученные расчетные формулы. Первая формула необходима для нахождения напряжений потери местной устойчивости коробчатых балок с оптимизированными криволинейными стенками. Данная формула была выведена с помощью аппроксимации результатов численного эксперимента с помощью метода наименьших квадратов в среде MathCAD. Вторая полученная формула необходима для определения выигрыша по массе при использовании оптимизированной геометрии.

**Ключевые слова:** оптимизация геометрии и массы, коробчатая балка с криволинейными стенками, местная устойчивость, метод конечных элементов, ANSYS, MathCAD.

**Дата принятия к публикации:** 23.09.2019  
**Дата публикации:** 25.12.2019

**Сведения об авторах:**

**Манжула Константин Павлович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Транспортные и технологические системы», Институт металлургии машиностроения и транспорта,

**Abstract.** This article explores the possibility of optimizing geometry and mass of a beam based on the conditions for ensuring local buckling. The subject of the study is a box-shaped beam with non-linear walls. This type of beam is unpopular because it has not been studied properly. This fact only indicates its novelty. However, researches and experiments prove that this type of beam is superior to current types of beams in terms of local buckling. This indicates relevance of further research and use of beams with non-linear walls in structures, where local stability is the main aspect in choosing the geometric dimensions of the beam. To optimize this type of beam, a numerical experiment was performed by using the finite element method in ANSYS. The experiment confirmed the possibility of geometric optimization with maintaining similar performance of local stability. The results of this study are obtained formulas. The first formula is required to find the local buckling stresses of box-shaped beams with optimized non-linear walls. This formula was found by approximating the results of a numerical experiment using the least squares method in a MathCAD. The second formula is required to find benefit in mass when using optimized geometry.

**Keywords:** geometry and mass optimization, box-shape beams with non-linear walls, local buckling, finite elements method, ANSYS, MathCAD.

**Date of acceptance for publication:** 23.09.2019  
**Date of publication:** 25.12.2019

**Authors' information:**

**Konstantin P. Manzhula** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department “Transport and Technological Systems” at Institute of metallurgical machinery and transport, Peter the Great St.Petersburg

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, e-mail: conpaman@gmail.com.

**Наумов Александр Владимирович** – аспирант, инженер, Институт металлургии машиностроения и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, e-mail: skisk8fmx@gmail.com.

Polytechnic University, e-mail: conpaman@gmail.com.

**Alexander V. Naumov** – postgraduate, engineer at Institute of metallurgical machinery and transport, Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, e-mail: skisk8fmx@gmail.com.

## 1. Введение

Наряду с прочностными расчетами для металлоконструкций необходимо проводить проверку на устойчивость, а также проверку на местную устойчивость отдельных элементов конструкции. Потеря местной устойчивости может привести как к поломке, затрудняющей работу конструкции в целом, так и к возможной серьезной аварии.

Одним из путей повышения устойчивости металлоконструкций является изменение геометрии отдельных элементов. В балках, например, опасным элементом с точки зрения потери устойчивости является стенка. Стандартным способом повышения местной устойчивости стенок балки является добавление диафрагм и продольных ребер жесткости (рис. 1, а) [1], что приводит к увеличению массы конструкции и повышению трудозатрат на ее изготовление. Чтобы снизить массу конструкции используют перфорированные стенки [2]. Однако для данного способа оптимизации необходим детальный анализ, как расположения перфорации, так и ее геометрической формы. Пример такого исследования детально описан в [3]

Более технологичным способом является применение гофрированной стенки (рис. 1, б) [4]. В данном решении масса балки увеличивается меньше, чем при добавлении ребер жесткости и диафрагм. Увеличение характеристик происходит за счет изменения геометрии стенки – гофрированной поверхности изменить форму под нагрузкой гораздо сложнее, чем обычному листу металла. Сама гофрированная поверхность может представлять собой как синусоиду, так и прямоугольную «гармошку» [5]. Для обеспечения наибольшей местной устойчивости геометрия гофры также подлежит оптимизации в зависимости от условий нагружения [6].

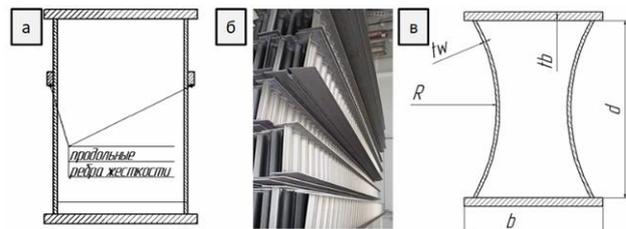


Рис. 1. Виды балок:

- а) коробчатая балка с продольными ребрами жесткости и с диафрагмами; б) балка с гофрированной стенкой; в) балка с криволинейными стенками

Другим способом является добавление стенке радиуса кривизны (рис. 1, в). Повышенная местная устойчивость в сравнение со стандартными коробчатыми балками была исследована в [7, 8]. Радиус кривизны, увеличивает местную устойчивость в 1,5...2 раза при изгибе [9]. В дополнении к этому масса итоговой конструкции меньше, чем у обычной коробчатой балки с ребрами жесткости и диафрагмами или балки с гофрированной стенкой.

## 2. Постановка задачи

Анализ форм потери местной устойчивости, проведенный в [10], показал, что при изгибе образующаяся бухтина смещается к верхнему поясу по мере увеличения радиуса кривизны (рис. 2). Следовательно, кривизна стенки как средство повышения местной устойчивости, работает только в ее верхней части.

Используя данный результат, можно оптимизировать геометрию балки с целью уменьшения веса конструкции. Один из вариантов такой оптимизации – добавление радиуса кривизны в верхней половине стенки (рис. 3). Нижнюю часть стенки необходимо оставить прямолинейной. Данная конструкция позволит уменьшить ширину нижне-

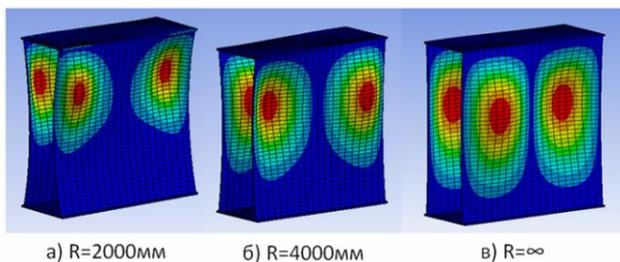


Рис. 2. Формы потери устойчивости в зависимости от значений радиуса при изгибе

го пояса, тем самым уменьшив массу балки, а, следовательно, и ее стоимость. При этом следует ожидать, что повышение местной устойчивости, как минимум, при изгибе должно остаться таким же, как и для балок с полностью криволинейными стенками.

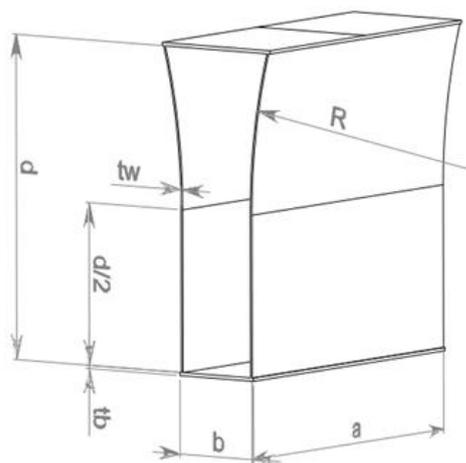


Рис. 3. Оптимизированная геометрия коробчатой балки с криволинейными стенками

### 3. Разработанные модели и методы

Для подтверждения сохранения повышенных характеристик местной устойчивости у оптимизированной балки был выполнено численное исследование (рис. 4).

Первый этап включал в себя создание набора геометрических моделей коробчатой балки с криволинейными стенками в среде SolidWorks (рис. 4, блок 1) при варьируемых геометрических параметрах. В качестве этих параметров были выбраны: длина  $a$ , высота стенки  $d$ , ширина пояса  $b$ , радиус кривизны  $R$ , толщина стенки  $tw$  и толщина пояса  $tb$

(рис. 3). Рассмотренные значения варьируемых параметров представлены в табл. 1.

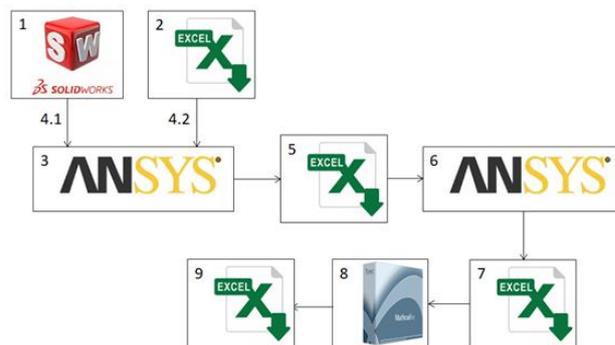


Рис. 4. Методика проведения численного эксперимента

Таблица 1

Значение геометрических параметров

Геометрический параметр	Значение параметра, мм
$d$	1000, 1600, 2000
$b$	400, 600, 800
$tb$	10, 16, 20, 24
$tw$	6, 10, 12, 16
$R$	2000, 4000, 8000
$a/2$	500, 1000, 2000

Вторым этапом было создание массива комбинаций геометрических параметров в среде Excel (рис. 4, блок 2), которые в дальнейшем были использованы для определения каждой из расчетных моделей балки. Для того, чтобы реализовать все возможные сочетания вариантов переменных, было принято решение провести полный факторный эксперимент [11].

В общем случае количество расчетных моделей рассчитывается по формуле

$$N = n^k,$$

где  $N$  – количество расчетных моделей;  $k$  – количество варьируемых геометрических параметров;  $n$  – количество вариантов значений геометрических параметров.

Третьим этапом было создание расчетной программы в среде ANSYS (рис. 4, блок 3). Она включает в себя три блока: исследуемая геометрия (Geometry), прочностной анализ (Static Structural) и анализ местной устойчивости (Linear Buckling).

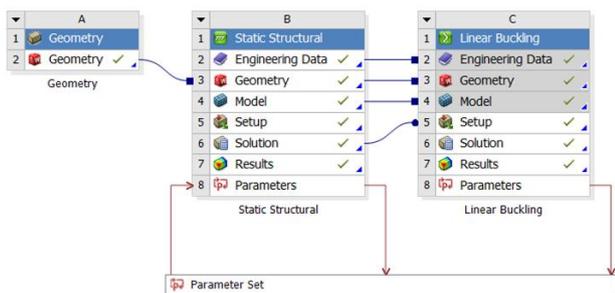


Рис. 5. Блок-схема расчетного проекта на местную устойчивость

Блок-схема представлена на рис.5. Для обеспечения достоверности результатов расчета способ закрепления и нагружения расчетной модели был взят из [10]. Сама балка закрепляется по центральному сечению (рис. 6, а). Также торцевые грани ограничены от поперечного сечения перпендикулярно поверхности стенки (рис. 6, б), чтобы избежать загиба торца стенки (в реальной конструкции он всегда закреплен). Моменты приложены по всей торцевой поверхности балки (рис. 6, б).

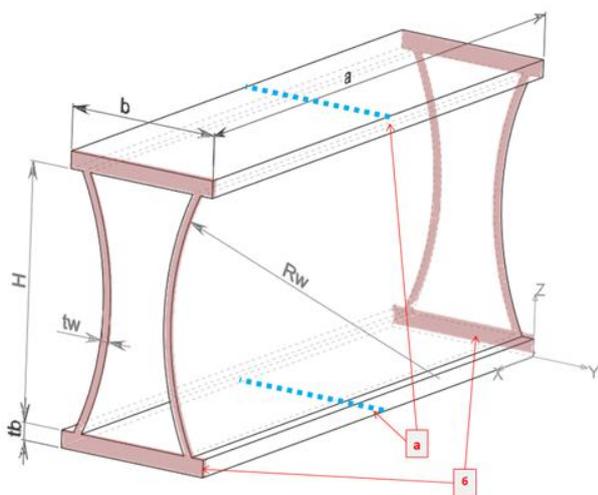


Рис. 6. Способ закрепления и нагружения расчетной модели

Четвертым этапом является загрузка подготовленных данных в расчетную программу ANSYS, а именно: 3D-модель из среды SolidWorks с выбранными геометрическими параметрами (рис. 4, блок 4.1) и массив расчетных схем из среды Excel (рис. 4, блок 4.2). Аналогичный параметризованный метод для исследования местной устойчивости использовался в [12, 13].

Пятым этапом является формирование массива расчетных схем в среде Excel (рис. 4, блок 5). За основу принимался массив расчетных схем, подготовленный на этапе 2 (рис. 4, блок 2), в который добавлены усилия потери местной устойчивости, посчитанные на четвертом этапе.

Шестой этап определяет критическое напряжение потери местной устойчивости (рис. 4, блок 6), соответствующее нагрузке потери устойчивости и геометрическим параметрам балки.

На седьмом этапе формируется отчет - массив критических напряжений (рис. 4, блок 7) и соответствующий ему массив геометрических параметров.

Восьмым этапом является аппроксимация массива полученных данных для определения расчетных зависимостей критических напряжений от геометрических параметров балки с криволинейными стенками (рис. 4, блок 8). Аппроксимация производилась в среде MathCAD. Методика аппроксимации описана в [14].

Заключительным, девятым этапом численного эксперимента являлся анализ полученных зависимостей (рис. 4, блок 9) и оценка их погрешности относительно расчетов методом конечных элементов.

#### 4. Результаты и их анализ

Одним из начальных действий для подтверждения актуальности геометрии оптимизированной балки является сравнение форм потери местной устойчивости. На рис. 7 видно как меняется форма потери устойчивости в зависимости от формы стенки при изгибе.

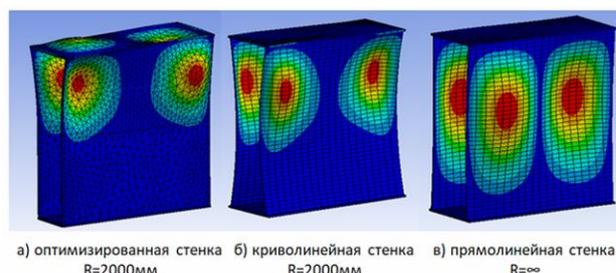


Рис. 7. Формы потери местной устойчивости при изгибе

При добавлении радиуса бухтины сдвигаются ближе к верхнему поясу. Так как криволинейная стенка имеет повышенное сопротивление изменению геометрии в сравнении с прямолинейными стенками, то напряжения потери устойчивости больше [10]. Если нижнюю часть стенки оставить прямолинейной и уменьшить ширину ниж-

него пояса, то форма потери устойчивости не изменится.

Анализ напряжений потери местной устойчивости показал, что значения у оптимизированной балки и у балки с криволинейными стенками отличаются незначительно (рис. 8).

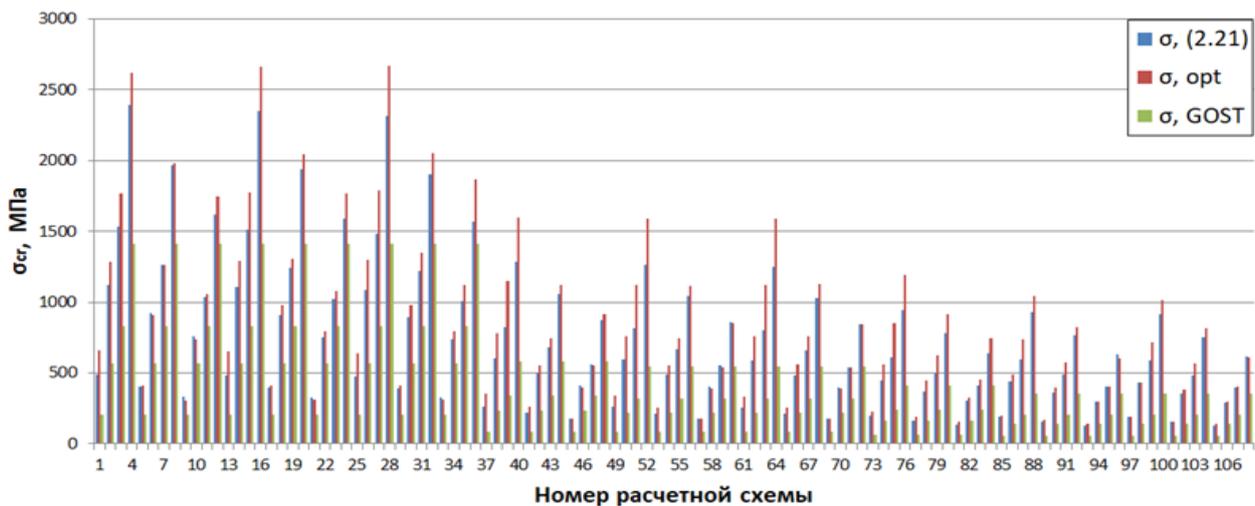


Рис. 1. Сравнение напряжений потери местной устойчивости оптимизированной балки ( $\sigma$ , opt), балки с криволинейными стенками ( $\sigma$ , (2.21)) и балки с прямолинейными стенками ( $\sigma$ , GOST) при изгибе

В сравнении с обычной коробчатой балкой оптимизированная балка, как и балка с криволинейными стенками, превосходит по местной устойчивости в 1,5...2 раза. Это говорит о верности предположенной теории.

Используя методику, описанную в [14], была получена формула для нахождения значений критических напряжений:

$$\sigma_{cr} = \frac{3.162 \cdot K_{s0} \cdot \left(\frac{t_b}{d}\right)^{0.527} \cdot \left(\frac{t_w}{d}\right)^{1.135}}{\left(\frac{R}{d}\right)^{0.386} \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^{0.021} \cdot \left(\frac{b}{d}\right)^{0.181}}$$

Среднее расхождение результатов формулы с результатами расчетов в среде ANSYS составляет 6%. Расхождение посчитано согласно методике [14].

Выигрыш в массе можно посчитать следующим образом:

$$\Delta m = q \cdot a \cdot t_b \cdot 2\Delta b$$

где  $q$  – плотность металла;  $a$  – длина балки;  $t_b$  – толщина пояса;  $2\Delta b$  – разница в ширине верхнего и нижнего пояса (рис. 9).

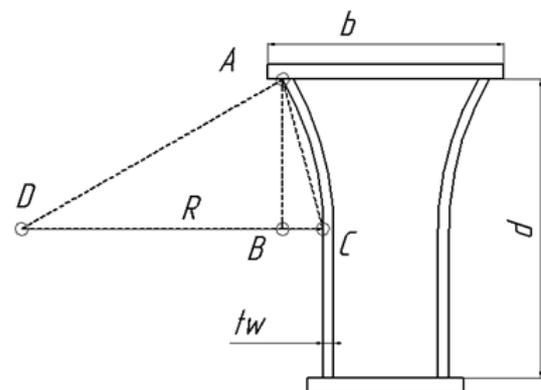


Рис. 9. Сечение оптимизированной балки

Разницу в ширине верхнего и нижнего поясов  $\Delta b=BC$  можно найти, исходя из геометрии сечения балки:

$$\Delta b = BC = R - DB = R - \sqrt{R^2 - (d/2)^2}$$

где  $R$  – радиус кривизны верхнего участка балки;  $d$  – высота балки.

Основываясь на вышеуказанных формулах, был посчитан выигрыш балки со следующими геометрическими параметрами:  $a = 10\,000$  мм,  $b = 400$ ,  $d = 1000$  мм,  $t_w = 6$  мм,  $t_b = 10$  мм. Подставив эти значения в формулу, была получена разница в массе

$$\begin{aligned} \Delta m &= q \cdot a \cdot t_b \cdot 2(R - \sqrt{R^2 - (d/2)^2}) = \\ &= 7800 \cdot 10 \cdot 0,01 \cdot 2(0,8 - \sqrt{0,08^2 - (1/2)^2}) = 273,8 \text{ кг} \end{aligned}$$

Актуальность снижения массы балки заключается в снижении себестоимости итоговой

продукции. Подробный анализ влияния массы балки на ее стоимость произведен в [15].

## 5. Заключение

Исходя из результатов исследований, можно сделать следующий вывод. Данная конструкция балки позволяет получить выигрыш по массе при использовании в машинах и сооружениях, где доминирующая рабочая нагрузка на балку – изгиб. При таком нагружении потеря устойчивости происходит ближе к верхнему поясу, где стенка имеет радиус кривизны.

## Список литературы

1. Alinia M.M. A study into optimization of stiffeners in plates subjected to shear loading // *Thin-Walled Structures*. 2005. №43. P. 845–860.
2. Емельянов К.А., Притыкин А.И. Конечно-элементный анализ напряженного состояния и устойчивости балок с ромбовидной перфорацией // *Вестник науки и образования Северо-Запада России*. 2018. Т.4. №3.
3. Енджиевский Л.В., Фоменко Е.Ю. Влияние формы и размеров отверстий перфорации на устойчивость внецентренно-сжатых стальных двутавровых элементов // *Вестник ТГАСУ*. 2010. № 3. С. 105-116.
4. Sachinthani Pathirana, Pizhong Qiao. Local Buckling Analysis of Periodic Sinusoidal Corrugated Composite Panels under Uniaxial Compression // *Composite Structures*. 2019.
5. Балзанныков М.И., Холопов И.С., Соловьев А.В., Лукин А.О. Применение стальных балок с гофрированной стенкой в гидротехнических сооружениях // *Вестник МГСУ*. 2013. С. 34-41.
6. Лукин А.О., Алпатов В.Ю., Чернышев Д.Д. Совершенствование конструктивного решения балки с гофрированной стенкой. // *Вестник СГАСУ. Градостроительство и архитектура*. 2016. № 2.
7. Манжула К.П., Наумов А.В. Влияние кривизны стенок коробчатых балок на местную устойчивость // *Современное машино-*

## References

1. Alinia M.M. A study into optimization of stiffeners in plates subjected to shear loading. *Thin-Walled Structures*, 2005, No. 43, pp.845–860.
2. Emelyanov K.A., Pritykin A.I. Конечно-элементный анализ напряженного состояния и устойчивости балок с ромбовидной перфорацией. *Vestnik nauki i obrazovaniya Severo-Zapada Rossii*, 2018, Vol.4, No.3. (In Russian)
3. Endzhievskij L.V., Fomenko E. Yu. Vliyanie formy i razmerov otverstiy perforatsii na ustoychivost vnetsentrenno-szhatykh stalnykh dvutavrovyykh elementov. *Vestnik TGA-SU*, 2010, No. 3, pp. 105-116.
4. Sachinthani Pathirana, Pizhong Qiao. Local Buckling Analysis of Periodic Sinusoidal Corrugated Composite Panels under Uniaxial Compression. *Composite Structures*. 2019.
5. Balzannikov M.I., Holopov I.S., Solovev A.V., Lukin A.O. Primenenie stalnykh balok s gofirovannoy stenкой v gidrotekhnicheskikh sooruzheniyakh. *Vestnik MGSU*, 2013, pp. 34-41. (In Russian)
6. Lukin A.O., Alpatov V.Yu., Chernyshev D.D. Sovershenstvovanie konstruktivnogo resheniya balki s gofirovannoy stenкой. *Vestnik SGASU, Gradostroitelstvo i arkhitektura*, 2016., No.2. (In Russian)
7. Manzhula K.P., Naumov A.V. Vliyanie krivizny stenok korobchatykh balok na mest-

строение: Наука и образование. 2016. С. 824-830.

8. Манжула К.П., Наумов А.В. О местной устойчивости балок с прямолинейными и криволинейными стенками // Сб. докладов XXI Междунар. научно-техн. конф. М: МИСИ-МГСУ. 2018.

9. Манжула К.П., Наумов А.В. Анализ местной устойчивости элементов коробчатой балки с криволинейными стенками // Неделя науки СПбПУ: материалы научн. конф. с междунар. участием. Лучшие доклады. 2016. С. 70-73.

10. Манжула К.П., Наумов А.В. Условие перехода местной устойчивости криволинейной стенки коробчатой балки к поясу // Неделя науки СПбПУ: материалы научн. конф. с междунар. участием. 2016. С. 343-345.

11. Сидняев Н.И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. М.: Юрайт. 2014.

12. Tabassum Mahzabeen Raka, Khan Mahmud Amanat. Parametric study with FE model of cold-formed plain lipped C-section in shear, and combined bending and shear // Journal of materials and engineering structures. 2019. № 6. P. 259–268.

13. Sudhir S.Y.B., Krishna Y., Pattabhi R.B. Parametric studies on buckling of thin walled channel beams // Computational Materials Science. 2014.

14. Manzhula K.P., Naumov A.V. Influence of flexions' radius value to local buckling of box-shaped beams with non-linear walls // International Review of Mechanical Engineering. 2017. Vol. 11. № 5.

15. Korouzhdeh T., Eskandari-Naddaf H. Cost-safety optimization of steel-concrete composite beams using standardized formulation // Engineering Science and Technology, an International Journal. 2016.

nyu ustoychivost. *Sovremennoe mashinostroenie: Nauka i obrazovanie*, 2016, pp. 824-830. (In Russian)

8. Manzhula K.P., Naumov A.V. O mestnoy ustoychivosti balok s pryamolineynymi i krivolineynymi stenkami. *Sbornik dokladov XXI Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii*. Moscow, MISI-MGSU, 2018. (In Russian)

9. Manzhula K.P., Naumov A.V. Analiz mestnoy ustoychivosti elementov korobchatoy balki s krivolineynymi stenkami. *Nedelya nauki SPbPU. Materialy nauchnoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem. Luchshie doklady*, 2016, pp. 70-73. (In Russian)

10. Manzhula K.P., Naumov A.V. Uslovie perekhoda mestnoy ustoychivosti krivolineynoy stenki korobchatoy balki k poyasu. *Nedelya nauki SPbPU. Materialy nauchnoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem*, 2016, pp. 343-345. (In Russian)

11. Sidnyaev N.I. *Teoriya planirovaniya eksperimenta i analiz statisticheskikh dannykh*. Moscow, Yurayt, 2014. (In Russian)

12. Tabassum Mahzabeen Raka, Khan Mahmud Amanat. Parametric study with FE model of cold-formed plain lipped C-section in shear, and combined bending and shear. *Journal of materials and engineering structures*, 2019, No. 6, pp. 259–268.

13. Sudhir S.Y.B., Krishna Y., Pattabhi R.B. Parametric studies on buckling of thin walled channel beams. *Computational Materials Science*, 2014.

14. Manzhula K.P., Naumov A.V. Influence of flexions' radius value to local buckling of box-shaped beams with non-linear walls. *International Review of Mechanical Engineering*, 2017, Vol. 11, No. 5.

15. Korouzhdeh T., Eskandari-Naddaf H. Cost-safety optimization of steel-concrete composite beams using standardized formulation. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 2016.